CAPÍTULO XII

ELEMENTOS DE METODOLOGÍA

CAPÍTULO XII

ELEMENTOS DE METODOLOGÍA

A. EL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO

1. La lógica formal metodológica

La metodología —o teoría del método— se ocupa del estudio de procedimientos tendientes al logro de una determinada finalidad, en los distintos campos de la actividad humana. Estos métodos son de variado tipo y dependen tanto de las finalidades que con ellos se persigue, como de las actividades sobre las cuales se quiere legislar.

La lógica, por su parte, se ocupa del establecimiento de las leyes que le son propias, del estudio de los razonamientos deductivos, y de la aplicación de los métodos adecuados para la justificación de unas y otros.

La lógica formal metodológica, en cambio, es la teoría que trata de la aplicación de las leyes y reglas lógicas a los distintos dominios del saber teórico y, como tal, recibe también el nombre de "metodología general" del pensamiento teórico.

Cada ciencia, como sucede con la lógica misma, tiene sus métodos particulares que varían de unas a otras y de acuerdo con las circunstancias de su aplicación; pero además, cada teoría científica tiene una lógica subyacente cuyas reglas y leyes son las que le confieren validez teórica. En este último sentido, pues, todas las teorías científicas o filosóficas son susceptibles de análisis lógico, procedimiento que compete a la lógica formal metodológica o metodología general.

2. La ciencia

Desde los albores de la cultura occidental hubo una marcada preocupación por distinguir entre un conocimiento azaroso, opinativo y versátil, y un conocimiento que asegurase en el más alto grado la adquisición de la verdad. Los griegos llamaban al primero de ellos "**dóxa**" (= opinión), y al segundo "**epistéme**" (=ciencia).

También hoy se sigue llamando "científico" el conocimiento cuya característica más importante es su rigor metodológico; la fundamen-

tación de sus afirmaciones; la búsqueda sistemática de la verdad; la verificación de sus resultados. Y se entiende por "no-científico" el conocimiento que no da justificación de sus hallazgos o, más sencillamente, todo conocimiento cuyos resultados sean declarados dogmáticamente verdaderos.

Como puede verse, la ciencia como actitud no difiere sustancialmente de la filosofía ni, mucho menos, se opone a ella; las diferencias entre ambos tipos de conocimiento se encuentran en las perspectivas desde las cuales se van a considerar los respectivos objetos de estudio. También en la ciencia, pues, hay que distinguir entre la actitud científica propiamente tal, y los resultados de esa actitud; distinción ésta conocida con las denominaciones de "contexto de descubrimiento" y "contexto de justificación" respectivamente.

2.1) Contexto de descubrimiento

El contexto de descubrimiento comprende la faz subjetiva de la investigación científica. Tal como sucede con cualquier tipo de conocimiento, no hay ciencia sin individuos que la hagan posible. Los hallazgos, descubrimientos e invenciones científicos requieren el concurso simultáneo y sucesivo de la capacidad, dedicación y predisposición del investigador. Aquí entra en juego el grado de capacidad que a cada uno le haya tocado en suerte; sus conocimientos; sus experiencias personales; su agudeza de observación; los métodos y técnicas adecuados para acceder con éxito a la realidad que se investiga. Con respecto a la actitud personal del científico ha dicho Einstein [101]:

> *"La emoción más hermosa y profunda que podemos experimentar es la sensación de lo místico. Es el semillero de toda ciencia verdadera. Aquel a quien esta emoción le sea desconocida, aquel que no pueda asombrarse o embelesarse con temor respetuoso, es como si estuviera muerto."* [102]

2.2) Contexto de justificación

La ciencia no es sólo lo que cada científico hace por sí propio; comprende, además, sus resultados. Estos resultados pueden dividirse en dos grandes grupos: los prácticos, de cuyo tratamiento dan cuenta los métodos particulares de cada disciplina; y los teóricos, que comprenden las teorías científicas, y cuyo análisis corresponde a la llamada lógica formal metodológica.

El contexto de justificación da las garantías teóricas básicas que hacen objetivos los resultados de la investigación científica y permiten, además, no sólo comunicar esos resultados, sino también disponer de un cuerpo de teoría que permitirá la justificación teórica de ellos; su estudio, análisis y verificación intersubjetiva de las conclusiones obtenidas en el contexto de descubrimiento.

2.3) Definición del término 'ciencia'

A manera de síntesis, podemos ahora caracterizar lo que se entiende por 'ciencia' recurriendo para ello a las palabras de un destacado epistemólogo contemporáneo, Ernest Nagel [103]:

> *"Yo emplearé la palabra 'ciencia' de modo que se refiera no sólo a las formulaciones logradas de los resultados de la investigación, sino también a los procedimientos que se requieren para establecer las pretensiones fundadas del conocimiento, así como a las operaciones que clarifican los significados de los enunciados científicos. En suma: por 'ciencia' entiendo una empresa humana compleja que, por medio de métodos fidedignos, se aplica a la obtención de cuerpos de conocimiento formulados."* [104]

3. Caracteres del conocimiento científico

Entre las características más importantes de la ciencia se destacan las siguientes:

1. **La ciencia es investigación rigurosa.** Esta característica hace referencia a cualquiera de los dos contextos. En el contexto de descubrimiento se trata del rigor subjetivo, tal como lo hemos considerado en el capítulo I de este libro. En el contexto de justificación, el rigor objetivo exige que se tengan en cuenta las prescripciones metodológicas que se refieren no sólo a la justeza de las formulaciones teóricas, sino también a la confrontación de esas formulaciones con los hechos u objetos que cada ciencia investiga.

2. **La ciencia es objetiva.** Es decir, no se limita a las intuiciones individuales de los científicos, sino que une a la investigación personal la formulación clara y precisa de los resultados obtenidos en el contexto de descubrimiento; informa sobre esos resultados y da las condiciones para su verificabilidad.

3. **La ciencia es verificable.** Con palabras de Mario Bunge [105]: "...para que un trozo de saber merezca ser llamado científico, no basta —ni siquiera es necesario— que sea verdadero. Debemos saber, en cambio, cómo hemos llegado a saber, o a presumir que el enunciado en cuestión es verdadero: debemos ser capaces de enumerar las operaciones (empíricas o racionales) por las cuales es verificable (confirmable o disconfirmable) de una manera objetiva, al menos en principio." [106] (p. 35).

4. **La ciencia es sistemática.** Las formulaciones científicas no se presentan como un mero agregado de enunciados o una colección de leyes. El cuerpo teórico de una ciencia está integrado por teorías científicas vinculadas unas con otras mediante relaciones lógicas que le confieren carácter de sólida estructura. Por su parte, cada teoría científica es también una estructura cuyos enunciados se vinculan entre sí y se fundamentan lógicamente unos en otros. Este hecho ha llevado

a los epistemólogos a afirmar que lo que se somete a prueba no son enunciados aislados, sino teorías completas.

5. **La ciencia es universal.** Esta característica se vincula, por una parte, con la objetividad científica y, por otra, con el grado de generalidad de sus formulaciones. Una de las tareas fundamentales de la ciencia consiste en el establecimiento y convalidación de las leyes científicas. Las leyes científicas son enunciados universalmente válidos cuyo grado de generalidad permite explicar los hechos singulares que implican; declarar las circunstancias relevantes que hacen posibles esos hechos; predecir nuevos acontecimientos; reunir hechos u objetos dispersos declarando las relaciones invariantes comunes a todos ellos; etcétera. Refiriéndose a las ciencias empíricas, R. B. Braithwaite [107] dice:

> *"La función de una ciencia es la de asentar leyes generales que abarquen el comportamiento de los sucesos u objetos empíricos de que se ocupe, permitiéndonos de este modo enlazar nuestro conocimiento de sucesos conocidos separadamente y hacer predicciones falibles de eventos aún no conocidos" (p. 17). Y esto vale,* mutatis mutandis [67], *también para las ciencias formales.*

6. **La ciencia es autocorrectiva.** Los sistemas científicos son abiertos, y sus verdades, aunque universales en el sentido apuntado, no pretenden ser ni absolutas ni definitivas; son sólo óptimas y provisionales. Al respecto dice K. Popper [72]:

> *"La ciencia nunca persigue la ilusoria meta de que sus respuestas sean definitivas, ni siquiera probables; antes bien, su avance se encamina hacia una finalidad infinita —y sin embargo alcanzable—: la de descubrir incesantemente problemas nuevos, más profundos y más generales, y de sujetar nuestras respuestas (siempre provisionales) a contrastaciones constantemente renovadas y cada vez más rigurosas." (p. 262).*

4. Clasificación de las ciencias

Desde Aristóteles hasta nuestros días muchas han sido las clasificaciones que de las ciencias han sido propuestas. Todas ellas responden, en mayor o menor medida, al criterio de clasificación previamente adoptado. La epistemología moderna toma particularmente en cuenta el contexto de justificación, es decir, el lenguaje de las ciencias; sus formulaciones. De acuerdo con este criterio, las ciencias se dividen en dos grandes grupos: a) **ciencias formales**, y b) **ciencias fácticas** o **empíricas**. La siguiente cita, tomada de Carnap [108], señala las diferencias entre ambos grupos de ciencias:

> *"La distinción entre ciencias formales y ciencias fácticas consiste en lo siguiente: las primeras sólo contienen enunciados analíticos mientras que las segundas incluyen, además, enunciados sintéticos" (109, p. 2).*

Desde el punto de vista de su verificación, un enunciado es **analítico** cuando su verdad o falsedad se establece por procedimientos puramente formales; por el análisis de su sola forma, sin recurrir a la experiencia. Por su parte, un enunciado es **sintético** desde este mismo punto de vista, cuando su verdad o falsedad depende de su confrontación con la experiencia, es decir, de los hechos u objetos a los cuales hace referencia. Los enunciados analíticos no proporcionan información fáctica, pero pueden establecerse definitivamente por procedimientos precisos de verificación. Los enunciados sintéticos, en cambio, aumentan el conocimiento de la realidad empírica, pero su verificación nunca es definitiva; están sujetos a continua revisión a la luz de cada nuevo elemento de prueba.

5. Metodología de las ciencias

En la investigación científica los métodos tienden al logro de dos grandes finalidades fundamentales: 1) la búsqueda y hallazgo de las verdades científicas; y 2) la convalidación de esas verdades. La primera de ellas se vincula con el contexto de descubrimiento, en tanto que la segunda se relaciona con el contexto de justificación. Unas y otras, por su parte, dependen del tipo de ciencia de que se trate: ciencias formales o ciencias fácticas.

Desde el punto de vista metodológico, una ciencia ideal sería aquella que lograra en todos los casos las dos finalidades antes apuntadas, o sea: a) cuyos métodos de descubrimiento le permitieran alcanzar las leyes más generales que gobiernan el comportamiento de sus objetos de estudio; y b) que, dado un enunciado perteneciente a dicha ciencia, siempre existiera el procedimiento adecuado para dar una justificación concluyente sobre su verdad, o sobre su falsedad.

Un método que hiciera posible resolver los problemas científicos de este modo sería el método universal por antonomasia, y hacia él tendieron las aspiraciones de filósofos y metodólogos de todos los tiempos. Pero esta vieja y muy justificable pretensión de lograr el método universalmente aplicable ha sido definitivamente abandonada por la metodología de las ciencias. En el presente siglo se ha **demostrado** la imposibilidad de alcanzar esta meta, limitación que comprende, inclusive, a las ciencias formales.

B. METODOLOGÍA DE LAS CIENCIAS FORMALES

1. Concepción clásica

La concepción clásica sobre la metodología de las ciencias formales tiene su origen en la concepción aristotélica de **ciencia demostrativa**. El epistemólogo holandés E. W. Beth [110] destaca los tres supuestos fundamentales sobre los cuales descansa la concepción aristotélica de ciencia demostrativa. Estos supuestos son: 1) el de deducibilidad; 2) el de evidencia; 3) el de realidad.

1. **Supuesto de deducibilidad.** Este supuesto tiene su apoyo en el rigor y eficacia de los razonamientos deductivos, en especial del "silogismo perfecto" que Aristóteles caracteriza así: "Llamo silogismo perfecto aquel que no tiene necesidad de ninguna otra cosa que las que ya están puestas en las premisas, para que la necesidad de la conclusión sea evidente". (**Anal. Prim.** I, 1, b 24)

La ciencia demostrativa debe partir, pues, de ciertos principios: por una parte, los indefinibles, que servirán para definir cualquier otro término en esa ciencia; por otra, los indemostrables o axiomas, a partir de los cuales deben ser demostradas todas las otras verdades de esa ciencia mediante el empleo de las reglas lógicas.

2. **Supuesto de evidencia.** Según este supuesto, resulta fundamental garantizar la calidad de las premisas de la deducción. "Es necesario —dice Aristóteles— que la ciencia demostrativa parta de premisas que sean verdaderas, primeras, inmediatas, más conocidas que la conclusión, anteriores a ella, y de la cual ellas son sus causas". (**Anal. Post.** I, 2, a 20)

Así, pues, el grado de evidencia de los axiomas debe ser de tal naturaleza que se los pueda aceptar como verdaderos sin necesidad de demostración. Esta evidencia, además, debe ser compartida por los términos primitivos de la ciencia, de manera que su claridad permita aceptarlos sin definición. Por su parte, las definiciones tienen que ser verdaderas puesto que ellas, en el sentido aristotélico de definición, son las encargadas de declarar unívocamente el ser de las cosas.

3. **Supuesto de realidad.** Para Aristóteles 'ciencia' es siempre ciencia de la realidad. Sus términos y proposiciones deben hacer referencia a un cierto género de entidades reales que constituyen, precisamente, el objeto de tal o cual ciencia. Los distintos géneros (conceptos) se obtienen por sucesivas abstracciones a partir de las cosas individuales que se nos presentan a los sentidos. Como los conceptos se abstraen a partir de realidades y éstas son de naturaleza diversa e incomunicables, los sucesivos procesos de abstracción deben conducir a un género primero e incomunicable con sus laterales, de modo que cada serie jerárquica conceptual constituirá un compartimiento estanco. Según esta concepción, el pasaje de un género a otro constituye una falacia metodológica. (**Anal. Post.** I, **passim.**)

El esquema resultante de esta concepción de ciencia demostrativa, sería el siguiente:

0. [Lógica aristotélica subyacente o presupuesta].
1. Términos primitivos (indefinibles).
2. Términos definidos (definiciones reales).
3. Axiomas o principios verdaderos (indemostrables).
4. [Reglas de deducción o inferencia, tomadas de la lógica subyacente].
5. Proposiciones deducidas (o teoremas).

El modelo más antiguo y típico de este método lo constituyen los **Elementos** de la Geometría de Euclides [111], obra que durante más de dos mil años fue tomada como el paradigma de las ciencias matemáticas. En rigor, los **Elementos** de Euclides presentan algunas variantes metodológicas que interesa destacar: p. e., además de axiomas en el sentido clásico del término, Euclides emplea postulados; y además de las reglas de la silogística aristotélica, usa otras formas de inferencia.

2. La concepción moderna

Los grandes descubrimientos matemáticos fueron mostrando las limitaciones de la concepción clásica con respecto a la metodología de las ciencias demostrativas, especialmente en lo que se refiere a los supuestos de evidencia y realidad. El descubrimiento de las geometrías no-euclídeas (geometrías en las que no es válido el quinto postulado de Euclides, o postulado de las paralelas) debido a los trabajos de Gauss [112], Lobachevsky [113], Bolyai [114] y Riemann [115], jugó un importante papel en las nuevas concepciones. Una revolución parecida comienza en el campo de la lógica con los trabajos de Boole [42] y de Morgan [41] hacia la segunda mitad del siglo XIX, tendientes a dar justificación lógica de los razonamientos matemáticos. Hacia fines de siglo, teorías de gran fecundidad lograron que disciplinas dispersas fueran incorporadas a sistemas cada vez más generales. La **Teoría de los conjuntos** de Cantor [86] y la fundamentación de la aritmética en la lógica por Frege [48] alcanzaron el máximo de generalización permisible, a partir de la cual la metodología de las ciencias formales tuvo que tomar las precauciones que la condujeron a lo que hoy se reconoce como la concepción moderna de las matemáticas.

A raíz de las investigaciones metodológicas de fines de siglo y lo que va del presente, la concepción clásica ha sido sustituida "... por una concepción unitaria que reduce progresivamente todas las nociones matemáticas primero, a la de número entero, y luego, en una segunda etapa, a la noción de conjunto... investigaciones recientes sobre el formalismo lógico, y según esta concepción, **las estructuras matemáticas** se convierten, propiamente hablando, en los únicos objetos de las matemáticas". (N. Bourbaki [116], pp. 41-42)

La matemática moderna se presenta, así, como "una jerarquía de estructuras que va de lo simple a lo complejo, de lo general a lo particular". Estas estructuras quedan caracterizadas por ciertas propiedades formales definidas axiomáticamente; es decir, las estructuras matemáticas se presentan como sistemas formales abstractos caracterizados por un conjunto de axiomas, a partir de los cuales se derivan todas las consecuencias lógicas (o teoremas). El método así descripto recibe el nombre de "método axiomático".

3. Esquema de un sistema axiomático abstracto

Según vimos, las estructuras matemáticas se presentan como sistemas deductivos abstractos cuyo esquema general es el siguiente:

0. **Lógica subyacente**, o capítulos de la lógica indispensables para el desarrollo de la teoría.

1. **Términos primitivos**. En este rango se encuentran los términos lógicos que son los únicos términos del sistema que conservan su significación habitual. Todos los otros términos son variables vaciadas de significado; simples símbolos abstractos para los cuales sólo se señala su categoría sintáctica.

2. **Términos definidos**. Para introducir nuevos signos en el sistema se utilizan únicamente definiciones sintácticas (implícitas: simples o recursivas) y siempre sobre la base de los términos primitivos o de los ya definidos en el sistema.

3. **Axiomas o postulados** (indistintamente llamados). No son proposiciones sino formas proposicionales sin interpretar, o funciones proposicionales según los casos. Su elección no depende de la evidencia de su verdad, sino del hecho de que a partir de ellos puedo deducirse el mayor número de consecuencias importantes para la teoría matemática que se edifica. Si se trata de la invención de una teoría, entrará en juego la capacidad creadora del matemático y su aptitud para descubrir los teoremas que los axiomas implican.

4. **Reglas de inferencia**. Estas reglas son provistas por la lógica subyacente y sólo a ellas debe recurrirse para las demostraciones de los teoremas.

5. **Teoremas**. Tampoco los teoremas son proposiciones, sino formas o funciones proposicionales obtenidas válidamente por aplicación reiterada de las reglas de inferencia. Se trata aquí de transformaciones sintácticas donde no tienen cabida las nociones semánticas de verdad y falsedad.

Mediante este procedimiento (**método axiomático**) se caracterizan las estructuras matemáticas; caracterización que va a depender de la calidad y cantidad de axiomas que se empleen para ello. Cada conjunto de axiomas no sólo define implícitamente las propiedades formales de las relaciones y u operaciones primitivas, sino además toda una estructura matemática abstracta que, a su vez, describe (o puede describir) un sinnúmero de estructuras matemáticas concretas. Toda estructura concreta que satisface los axiomas de una estructura abstracta, satisface, de hecho, todos sus teoremas. El conjunto de las estructuras concretas que satisfagen una teoría abstracta forman lo que se llama una "**familia de estructuras**"; la estructura abstracta sirve para caracterizar el "**tipo**" de toda una familia de estructuras.

El conjunto de las estructuras abstractas (los "tipos de estructuras") configuran la llamada "**matemática pura**", y el conjunto de todas las estructuras concretas (las "familias de estructuras") constituyen la "**matemática aplicada**". A la matemática pura corresponde, pues, la construcción, o invención, o descubrimiento de estructuras abstractas y el desarrollo de las consecuencias lógicas derivables de esas estructuras. La matemática aplicada, por su parte, es la encargada de buscar y encontrar estructuras concretas ("**modelos**") que satisfagan las estructuras abstractas; es decir, se vale de ese instrumental teórico que le provee la matemática pura para conocer mejor la naturaleza de sus propios objetos de estudio e, inclusive, de los objetos de estudio de las otras ciencias.

4. Algunos ejemplos de estructuras matemáticas axiomatizadas

4.1) Estructura de orden estricto

Primitivos

'K' conjunto cualquiera de elementos x, y, z, ...

'R' relación entre los elementos del conjunto básico.

Axiomas

A.1 Axioma de tricotomía: $(x)(y)\,[(x \in K \,.\, y \in K) \supset (x = y \;\text{w}\; Rxy \;\text{w}\; Ryx)]$

A.2 Asimetría de 'R': $(x)(y)\,(Rxy \supset -Ryx)$

A.3 Transitividad de 'R': $(x)(y)(z)\,[(Rxy \,.\, Ryz) \supset Rxz]$

Algunos teoremas

T.1 'R' es irreflexiva en el conjunto K; o sea $(x)\; -Rxx$.

T.2 La conversa entre $\langle x, y\rangle$ es equivalente a la directa entre $\langle y, x\rangle$; o sea: $(x)(y)(Rxy \equiv Ryx)$.

T.3 'R' es conexa en el conjunto K; o sea: $(x)(y)[x \neq y \supset (Rxy \vee Ryx)]$.

4.2) Estructura de grupo

Primitivos

'K' conjunto cualquiera de elementos x, y, z, ...

'0' operación entre los elementos del conjunto básico.

Axiomas

A.1 De clausura o composición: $(x)(y)\,[(x \in K \,.\, y \in K) \supset (x0y) \in K]$

A.2 Asociatividad de '0': $(x)(y)(z)\,[(x \in K \,.\, y \in K) \supset ((x0y)\,0z = x0(y0z))]$

A.3 Existencia de un neutro 'n': $(En)\{n \in K \,.\, (x)\,[x \in K \supset ((x0n) = (n0x) = x)]\}$

A.4: Existencia de un inverso 'i': $(x)\,\{x \in K \supset (Ei)\,[i \in K \,.\, ((x0i) = (i0x) = n)]\}$

Algunos teoremas

T.1 El elemento neutro 'n' en el conjunto K es único.

T.2 El elemento inverso 'i' en el conjunto K es único.

4.3) Estructura de grupo abeliano o conmutativo [117]

Esta nueva estructura se obtiene agregando a la estructura de grupo un quinto axioma: el axioma de la conmutatividad de la operación '0'.

A.1 De clausura o composición:

A.2 Asociatividad de la operación '0':

A.3 Existencia de un elemento neutro 'n':

A.4 Existencia de un elemento inverso 'i':

A.5 Conmutatividad de la operación '0': $(x)(y)\,[(x \in K \,.\, y \in K) \supset ((x0y) = (y0x))]$.

A medida que se pasa de estructuras generales a otras menos generales (campos, campos idempotentes, álgebra booleana, anillos, etcétera), éstas van haciéndose cada vez más complejas y el grado de abstracción va reduciéndose; en ellas aparecen términos técnicos propios de la disciplina matemática que se construye, sin que por ello pierdan su carácter de estructuras abstractas.

5. Propiedades formales de los sistemas axiomáticos

La creación de un sistema axiomático abstracto puede efectuarse independientemente de su aplicación, pero si se pretende que sirva para explicar el comportamiento de ciertas partes de la matemática u otras ciencias, es imprescindible que reúna algunas garantías mínimas para que tal aplicación sea efectiva. Estas garantías exigidas por la metodología de las ciencias formales son:

5.1) La consistencia (o compatibilidad, o no-contradicción)

Un sistema axiomático es consistente (o compatible, o falto de contradicción) cuando el conjunto de sus axiomas no conduce, por deducción lógica, a una contradicción. Es decir, cuando dadas dos expresiones del sistema, y contradictorias entre sí, una al menos de ellas no pueda demostrarse en el sistema. Por el "principio de no-contradicción", dos proposiciones contradictorias 'A' y '—A', no pueden ser ambas verdaderas; por consiguiente, no pueden ser ambas demostrables.

El requisito de consistencia es fundamental; sin él no se podría saber cuándo una proposición perteneciente a una teoría es verdadera, puesto que todas (tanto las verdaderas como las falsas) pasarían satisfactoriamente la prueba demostrativa.

5.2) La completitud

Un sistema axiomático es completo cuando todas las proposiciones verdaderas que puedan expresarse en el sistema son formalmente deducibles de sus axiomas.

Refiriéndose a estas dos propiedades dice Tarski: "...consideraríamos ideal una disciplina de esta clase si contuviese como teoremas todas las proposiciones ciertas del dominio propuesto y ni una sola falsa. Cuando decimos "proposiciones del dominio propuesto", pensamos en proposiciones formuladas exclusivamente con términos de la disciplina considerada y de sus precedentes; no se puede exigir, por ejemplo, que en la Aritmética puedan fundamentarse todas las proposiciones ciertas, incluso aquellas en que figuren conceptos de la Química o de la Biología. ...una disciplina deductiva no realiza nuestro ideal si no es al mismo tiempo falta de contradicción y completa (con lo cual no decimos en absoluto que toda disciplina completa y falta de contradicción realice, eo ipso, dicho ideal; esto es, que contenga todos los enunciados ciertos del dominio propuesto y sólo éstos)". (79, pp. 147-148).

5.3) Independencia de los axiomas

Se dice que un sistema axiomático es independiente, cuando cada uno de sus axiomas es individualmente independiente de los otros axiomas del sistema. Y un axioma es independiente, con respecto al resto de los axiomas, cuando no es deducible de los otros considerados en conjunto.

El descubrimiento de las geometrías no-euclídeas mostró que el postulado de las paralelas era independiente del resto de los postulados de los **Elementos** de Euclides; ni él ni su negación eran demostrables en el sistema. La estructura abstracta de orden, dada en el parágrafo 4.1) de este capítulo, tiene un axioma (axioma de la asimetría) que es deducible de los otros dos; se trata de un sistema axiomático no-independiente puesto que tiene un axioma que puede ser transformado en teorema.

La independencia asegura que en el sistema no habrá axiomas innecesarios; pero este requisito no es fundamental. A veces se admiten axiomas dependientes por razones prácticas o didácticas y, en especial, cuando se quiere evitar complicaciones considerables en la demostración de ciertos teoremas.

5.4) La decidibilidad

Un sistema axiomático es decidible cuando existe para él un procedimiento mecánico (algoritmo) que permita establecer unívocamente si una expresión de dicho sistema es o no deducible de él. En cambio, será indecidible si existen fórmulas que pertenecen al sistema y de las cuales no pueda darse una prueba que nos diga si es un axioma o un teorema del sistema.

El cálculo proposicional es decidible porque existen para él métodos mecánicos de decisión, p. e., las tablas de verdad, que permiten establecer unívocamente cuándo una fórmula de ese sistema es una tautología y cuándo no lo es. También la silogística aristotélica es decidible; los diagramas de Venn, p. e., permiten establecer cuándo un silogismo es válido y cuándo no lo es. Sólo capítulos muy reducidos de la lógica y de la matemática son decidibles.

La decidibilidad no sólo nos dice cuándo una fórmula es deducible, sino, asimismo, cuándo no lo es; por eso a los sistemas decidibles se los llama, también "bi-axiomatizables".

5.5) Satisfacibilidad

Un sistema axiomático es satisfacible cuando tiene al menos una interpretación adecuada; es decir, cuando tiene por lo menos un modelo.

De todas las propiedades hasta aquí consideradas, lo que se reputa necesaria es la consistencia. Un sistema inconsistente carece de interés teórico puesto que hace posible deducir de él cualquier enunciado y no permite distinguir entre verdades y falsedades.

6. Método de demostración por exhibición de un modelo

6.1) Caracterización del término 'modelo'

Los sistemas abstractos, según vimos, están integrados por términos primitivos que no hacen referencia a ninguna entidad especificada; por otra parte, las expresiones complejas (axiomas y teoremas) son funciones proposicionales o formas proposicionales sin interpretar. La interpretación es un proceso inverso al de la abstracción: consiste en fijar cuál va a ser el designado de cada signo primitivo del sistema, mediante el uso de reglas de designación o semánticas. Por medio de este procedimiento, cada variable del sistema se transforma en una constante descriptiva que designa específicamente un objeto o grupo determinado de objetos; además, y como todas las fórmulas del sistema están integradas sólo por términos primitivos, resultará que tanto los axiomas como los teoremas pasarán a ser: o bien proposiciones verdaderas, o bien proposiciones falsas.

Una vez interpretados los primitivos del sistema, si obtenemos entre los axiomas por lo menos una proposición falsa, se dice que la interpretación es **inadecuada**. Si en cambio, todas las proposiciones así obtenidas son verdaderas, se dice que la interpretación es **adecuada** y los objetos que se consideran (la estructura concreta) constituyen un "**modelo**" del sistema axiomático abstracto.

Un modelo de un sistema abstracto es, pues, una estructura concreta obtenida por interpretación de los términos primitivos de la estructura abstracta y cuya característica más importante consiste en que, si satisface todos los axiomas, satisfará también todos los teoremas de la teoría abstracta original.

6.2) Un modelo de la teoría abstracta de grupo

Construiremos un tipo de grupo que es usual en matemáticas para ejemplificar la noción de "**grupo finito**". Sea 'K' el conjunto básico cuyos elementos son los números 1, 2 y 0. Entre los elementos de este conjunto finito definiremos la operación '0', indicándola por el signo '+' que habitualmente empleamos para la suma aritmética pero que no tiene por qué coincidir con ésta.

Cuando se da una operación en un conjunto es necesario indicar qué es lo que será interpretado como resultado de aplicarla a ciertos elementos. Es decir, debemos dar una regla tal que, dados dos elementos a y b de K, sepamos cuál es el elemento a+b' de K. Para esto se suele dar una serie de indicaciones que se reúnen en forma de tabla. En nuestro caso, indicaremos:

1º) $1 + 0 = 0 + 1 = 1$
2º) $0 + 0 = 0$
3º) $2 + 0 = 0 + 2 = 2$
4º) $1 + 1 = 2$
5º) $2 + 1 = 1 + 2 = 0$
6º) $2 + 2 = 1$

Como puede observarse, nuestra operación coincide con la suma ordinaria de números en los casos 1º), 2º), 3º) y 4º), pero no coincide en los demás.

Estas indicaciones de cómo deben operarse los elementos, suelen expresarse gráficamente mediante "tablas", como la 'tabla de sumar" que sigue:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Hay que probar que el conjunto K, para la operación '+' aquí definida, es un grupo, o sea, que satisface todos los axiomas de la estructura abstracta de grupo dada en 4.2).

Axioma 1: De clausura o composición. En efecto, el conjunto K es cerrado respecto de la operación '+'. La tabla de sumar que hemos construido nos indica que el resultado de sumar dos números cualesquiera de K, da por resultado otro número de K.

Axioma 2: Asociatividad de la operación. La operación '+' es asociativa en el conjunto K. Esto puede probarse fácilmente con todos los elementos de la tabla.

Axioma 3: Existencia de un elemento neutro. En el conjunto K existe un elemento neutro, el cero, que se comporta aquí como el cero de la aritmética usual.

Axioma 4: Existencia de un elemento inverso. Para todo elemento de K, existe un inverso. En efecto, el inverso de cero es cero, el de 2 es 1, el de 1 es 2.

De igual modo, esta estructura concreta satisfará, también, todos los teoremas derivables de los axiomas y, por lo tanto, las dos que hemos dado:

Por el teorema 1: El elemento neutro en el conjunto K es único (el cero).

Por el teorema 2: Para cada elemento del conjunto K, hay un único elemento inverso.

La estructura aquí propuesta es una estructura de grupo finito, pero existen también grupos infinitos. De estos últimos son modelos, p. e., el conjunto de los números enteros, incluido el cero, para la operación 'suma'; el de los números reales para el producto; etcétera.

Un sistema axiomático abstracto puede tener uno, varios, o ningún modelo. Cuanto mayor sea el número de modelos, mucho más fértil será el sistema propuesto. Los modelos no tienen por qué ser todos numéricos, o geométricos, o matemáticos en general. David Hilbert[50], creador del "**formalismo**", sostenía que: "En geometría, en vez de hablar de 'puntos', 'rectas' y 'planos' debe poderse hablar, sin inconveniente, de 'mesa', 'silla' y 'vaso de cerveza'." En matemática, la naturaleza de los entes matemáticos no cuenta; lo único que importa considerar son las relaciones que entre ellos existen.

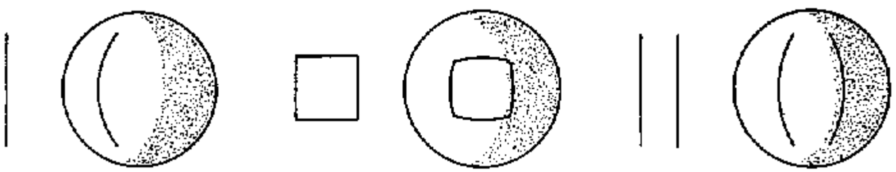
6.3) Pruebas relativas de consistencia

Se llaman pruebas relativas las que se basan en la exhibición de un modelo. Para probar la consistencia de un sistema axiomático mediante este procedimiento, basta con encontrar un modelo para él,

dando, como hemos visto, una interpretación de sus primitivos. Si la interpretación es adecuada, entonces todos los enunciados así obtenidos serán verdaderos y ninguno falso; por lo tanto, no se dará el caso de que la conjunción de dos proposiciones cualesquiera del modelo dé por resultado una falsedad lógica de la forma 'A . —A'.

La estructura de grupo es consistente pues, según vimos, tiene al menos un modelo. En 1899, David Hilbert tradujo al lenguaje del álgebra los **Elementos** de Euclides, sistema éste que se constituyó en un modelo de los **Elementos de la Geometría** de Hilbert.

> *"La geometría no-euclidiana de Bernhard Riemann puede ser representada por un modelo euclidiano. El plano riemanniano se convierte en la superficie de una esfera euclidiana, los puntos en el plano se convierten en puntos en esta superficie, las líneas rectas del plano se convierten en círculos máximos. Así, una porción del plano riemanniano limitado por segmentos de líneas rectas, queda representada por una porción de una esfera limitada por partes de círculos máximos (centro). Dos segmentos lineales en el plano riemanniano son dos segmentos de un círculo máximo en la esfera euclidiana (derecha), y éstos se intersectan si se prolongan, contradiciendo de esta manera el postulado de las paralelas". (El texto y los dibujos fueron tomados de E. Nagel y J. Newman:* La prueba de Gödel[118] *(p. 18).*



Línea **Porción de Plano** **Segmentos lineales**

Las pruebas de consistencia por exhibición de un modelo presentan una seria dificultad metodológica: la consistencia del sistema abstracto depende de la consistencia del modelo. Esto no es muy grave cuando se trata de modelos finitos para los cuales la prueba puede establecerse por observación exhaustiva de todos sus elementos; pero: "la mayoría de los sistemas de postulados que constituyen los fundamentos de importantes ramas de las matemáticas no pueden reflejarse en modelos finitos... Los modelos no-finitos, necesarios para la mayoría de los sistemas importantes de postulados de las matemáticas, sólo pueden ser descriptos en términos generales; y no podemos concluir como cosa natural que las descripciones estén exentas de contradicciones ocultas". (Nagel y Newman[118], pp. 20-21). En estos casos, se hace necesario dar una prueba de consistencia que sea independiente de los modelos. Para lograr esta finalidad, Hilbert propuso las "pruebas absolutas" de consistencia, lo que dio origen a una distinción entre sistemas matemáticos y sistemas meta-matemáticos. Las pruebas absolutas son meta-matemáticas.

7. Fundamentación de las matemáticas

7.1) Crisis de las concepciones finiseculares

Para Pitágoras[illegible] y su escuela, la esencia de todas las cosas era el "número" (arithmós). Influido por Pitágoras, Platón[illegible] concibe los números como realidades intermedias entre las Ideas eternas y las cosas. Hacia fines del siglo XIX la tesis pitagórica reaparece en una versión moderna y con todas sus consecuencias, en virtud de la tendencia general de los matemáticos a reducir los viejos y oscuros conceptos de su ciencia a otros más claros y manejables, como lo era el concepto de 'número natural'. Se atribuye a L. Kronecker[illegible] la expresión según la cual, "los números naturales son los únicos creados por el Buen Dios, en tanto que todos los demás son sólo artificios creados por el hombre a partir de aquéllos". Esta opinión sintetiza la tendencia unificadora de la época que, sobre la base de una comunidad estructural de naturaleza algebraica, iba reuniendo en sistemas cada vez más generales disciplinas dispersas y aparentemente lejanas entre sí, reduciéndose las nociones matemáticas primero a la **de número natural** (pitagorismo), y luego a la noción de **conjunto** (platonismo de las Ideas).

Una de las generalizaciones de mayor significación fue la creación de la aritmética transfinita (1874-84) debida a Cantor[illegible], quien la sistematizó en su **Teoría de los conjuntos**. La fecundidad de esta teoría fue realmente notable y, a pesar de los grandes reparos opuestos por los matemáticos tradicionalistas, logró finalmente general aceptación y transfirió a la noción de 'conjunto' la hegemonía de los fundamentos de la matemática. Por su parte, G. Frege[illegible] crea el logicismo proponiendo una fundamentación lógica de la aritmética (1879-1903). En la base de estas importantes generalizaciones se hallaba el supuesto filosófico de la existencia del "infinito actual" (concepción según la cual existen conjuntos infinitos ya dados y completos, de parecido modo a como ya existían para Platón las Ideas o Arquetipos de todas las cosas).

Sin embargo, estas generalizaciones, presumiblemente excesivas, llevaron a desconcertantes y no menos molestas contradicciones lógicas que el propio Cantor deploró. El mismo Cantor fue el primero en reconocer la necesidad de poner limitaciones a su teoría del transfinito cuando descubrió, en 1895, la "paradoja del mayor número ordinal" (**la sucesión de todos los números ordinales debe tener un número ordinal mayor que todos y, por lo tanto, mayor que sí mismo**). También descubre que su teoría de conjuntos permite derivar la "paradoja del mayor número cardinal" (**existe un número cardinal que es y no es a la vez el mayor de todos los números cardinales**). Por su parte, Russell[illegible] descubre en 1903 la "paradoja de las clases", derivándola de la lógica de Frege (**la clase de todas las clases que no se contienen a sí mismas, es una clase que se contiene a sí misma si y sólo si no se contiene a sí misma**). A esta lista de paradojas se agregaron otras de diversos géneros, distinguiéndose entre paradojas lógicas, como las aquí consideradas, y las paradojas semánticas debidas a una falta de distinción entre niveles del lenguaje como lo son, p. e., la "paradoja del mentiroso", conocida desde la antigüedad, y la "paradoja de la denotación" propuesta por L. Nelson y Kurt Grellin[illegible].

El hallazgo de estas anomalías teóricas condujo a una inmediata revisión de los fundamentos de la matemática, y no menos de la lógica, de la cual, según la tesis logicista, la aritmética es una parte. La metodología de las ciencias formales vio entonces la necesidad de tomar precauciones con respecto al grado de generalidad de las teorías, y sus esfuerzos se centraron en la búsqueda de mayores exigencias para sus formulaciones. Estas nuevas investigaciones tomaron por distintos caminos y culminaron en tres diferentes concepciones sobre la fundamentación de la matemática: 1) el logicismo, 2) el intuicionismo, 3) el formalismo.

7.2) El logicismo

La fundamentación de la aritmética en la lógica, iniciada por Frege, mostró que las paradojas de la teoría de conjuntos eran, en última instancia, de naturaleza lógica. Había

que proceder, en consecuencia, a una revisión de la lógica misma; tarea que emprendió Russell en colaboración con Whitehead [48] y que culminó con la publicación de los **Principia Mathematica** (1910-1913), obra clásica que sistematiza y completa las ideas desarrolladas inicialmente por Frege [49] y Peano [51].

Para eliminar las paradojas lógicas, Russell propuso en 1908 una "teoría de los tipos" y la incorporó luego a los **Principia**. Esta teoría fue más tarde clarificada por el propio Russell y otros autores, distinguiéndose entre una "teoría ramificada de los tipos" y una "teoría simplificada de los tipos". Para la eliminación de las paradojas lógicas es suficiente la teoría simplificada, que consiste, **grosso modo**: 1º) en una clasificación sistemática de los términos según su tipo lógico; 2º) en una restricción según la cual dos términos del mismo tipo lógico no pueden predicarse el uno del otro, y sólo un término de tipo lógico superior puede predicarse de otro inmediato inferior. La paradoja de Russell surge, precisamente, por violación de esta segunda regla en la lógica superior de funciones, llamada así por el empleo que en ella se hace de términos de tipo lógico superior a los empleados en la lógica elemental.

Esta teoría de los tipos juega importante papel, en el estudio y eliminación de las paradojas semánticas, junto con la teoría de los niveles del lenguaje propuesta también por Russell y desarrollada con las importantes contribuciones de Tarski [78] y Carnap [108] entre otros. Estas paradojas surgen en los lenguajes semánticamente cerrados (o sea: aquellos lenguajes que, además de contener sus expresiones, contienen los nombres de esas expresiones, como sucede, p. e., con todos los lenguajes históricos); en otros términos, estas paradojas surgen en aquellos lenguajes donde no se ha hecho una debida distinción entre el lenguaje-objeto y el meta-lenguaje, es decir, el lenguaje que se emplea para referirse a las expresiones del lenguaje en análisis. La teoría de los niveles del lenguaje prescribe que aquello que se refiere a un lenguaje como tal no puede ser expresado en este mismo lenguaje, sino en el meta-lenguaje correspondiente que, como dice Tarski [123], deberá ser "esencialmente más rico" y contener para ello variables de un tipo lógico superior al de las del lenguaje-objeto, para evitar la posibilidad de reconstruir las paradojas en el meta-lenguaje (I, 10). De este modo, expresiones del tipo '...es verdadero', o '...es falso' son expresiones meta-lingüísticas que cobran sentido si existen enunciados de un lenguaje de nivel inferior de los cuales se predica la verdad o la falsedad. Así pues, el enunciado 'Yo miento' no es ni verdadero ni falso a secas. Será verdadero en un lenguaje L_1 si yo he formulado un enunciado falso en un lenguaje L_0, y así sucesivamente. Igualmente, decir de alguien 'Fulano siempre miente' es estar pronunciando una frase de un nivel superior del lenguaje, que supone un lenguaje-objeto en el cual todos los enunciados dichos por Fulano son falsos y ninguno verdadero.

Gracias a los aportes del logicismo la lógica no sólo sirve como instrumento de análisis para las otras ciencias, sino que se transforma además en el fundamento de la matemática. En ella pueden definirse todos los conceptos fundamentales de la aritmética sobre la base de unos pocos conceptos lógicos. Al respecto dice Tarski [29]:

> *"Esta circunstancia lleva consigo una consecuencia de interés insospechado y de importancia trascendental; se ha mostrado, en efecto, que también el concepto mismo de número y todos los demás del dominio de la Aritmética pueden definirse dentro de la Lógica. ...Tampoco ofrece dificultades definir el concepto general de número natural: el número natural es el número de elementos de un conjunto finito. Además, estamos en situación de definir todas las operaciones con números naturales, y ampliar el concepto de número con la introducción de fracciones, números negativos e irracionales, sin necesidad de trasponer el ámbito de la Lógica. Más aún, podríamos fundamentar todos los teoremas de la Aritmética apoyándonos exclusivamente en teoremas de la Lógica (para este fin sólo tendríamos que ampliar el sistema de las proposiciones lógicas con una única proposición, no tan clara como las restantes, el llamado* axioma de infinitud, *que afirma la existencia de una infinidad de objetos distintos). ...La simple realidad de haber logrado fundamentar la Aritmética completa, en unión de las disciplinas asentadas sobre ella —Algebra, Análisis, etc.—, como una parte de la Lógica, ya representa una de las más bellas conquistas de las modernas investigaciones lógicas". (pp. 97-98)*

7.3) El intuicionismo

El intuicionismo de Brouwer [54] propone, a su turno, una reforma sustancial que afecta no sólo los supuestos filosóficos de la matemática, sino también los fundamentos lógicos de sus demostraciones.

Las paradojas de los conjuntos provienen, según Brouwer, de la admisión indebida del infinito actual, como algo que ya está dado y completo previamente a todo conocimiento. Para el intuicionismo sólo deben admitirse las entidades matemáticas cuya existencia pueda ser probada; o sea, aquellas de las que pueda darse una construcción efectiva. La hipótesis de la existencia del "infinito actual" es un supuesto especulativo del cual no es posible dar pruebas; sólo es admisible el "infinito potencial" (sucesiones construidas por agregación indefinida, pero efectiva, de un elemento más a partir de uno determinado).

Por otra parte, la simple ausencia de contradicción no garantiza la existencia de los entes matemáticos. Es necesario distinguir expresamente entre la simple falsedad (no-existencia) y el absurdo (imposibilidad de existencia). Parecidas precauciones deben tomarse con el uso de la negación: el intuicionismo admite que la verdad de una proposición implica la negación de su falsedad [o sea: '$p \supset --p$'; y también '$-p \supset ---p$', triple negación], pero señala que esto no es equivalente a afirmar que la negación de la falsedad de una proposición implique su verdad [o sea: '$--p \supset p$']. En otros términos, Brouwer "exige que sea desplegado el abanico de las modalidades; que se evite, por una parte, concluir de lo no-contradictorio lo verdadero, y por otra, confundir dos negaciones desigualmente fuertes. Las demostraciones apagógicas [indirectas o por reducción al absurdo], que tienden a establecer la existencia o la verdad afirmando una aparente alternativa entre la verdad y el absurdo son, pues, sospechosas: entre lo que se ha demostrado falso y lo que se ha comprobado verdadero, hay un lugar para lo que no está ni verificado, ni reconocido absurdo. El principio del tercero excluido, base de la lógica bivalente, no debe, pues, ser afirmado como postulado. Y asimismo debe ser dejada de lado una parte de la ley de la doble negación ya que la no-absurdidad no conduce a la verdad". (Blanché [138], p. 110.)

Al intensificar el rigor metodológico, Brouwer inicia una auténtica revolución en el campo de las ciencias formales; esta revolución va a conducir al establecimiento de las lógicas no-clásicas, que van "desde las lógicas trivalentes a las polivalentes, y de allí al concepto de **valor continuo de verdad** (o valor intermedio entre el 1, que expresa la verdad, y el 0, que expresa la falsedad), número que recibe el nombre de "probabilidad"." La sistematización lógica de las reglas del razonamiento matemático, reconocidas válidas por Brouwer y su escuela, dio lugar a la llamada, por extensión, "lógica intuicionista" edificada por Heyting en 1930 [65]: en esta lógica no son válidos el principio de tercero excluido, el de doble negación en ambos sentidos, las leyes de Morgan y otras, y los teoremas de ellos derivables.

Con estos ajustes metodológicos, el intuicionismo asegura la consistencia de los sistemas lógicos y matemáticos pero, al mismo tiempo, renuncia a admitir como válidas importantes adquisiciones de la matemática clásica y de la teoría de conjuntos. Este hecho impulsó a Hilbert a crear el formalismo con el objeto de asegurar la consistencia de las matemáticas, sin renunciar para ello a ninguna de las grandes conquistas anteriores.

7.4) El formalismo

Para el formalismo de Hilbert [50] las paradojas surgen porque se introducen en los razonamientos matemáticos elementos que nada tienen que ver con la matemática misma. Para eliminar estos elementos espurios, los sistemas matemáticos deben formalizarse totalmente según las siguientes exigencias generales: a) deben hacerse explícitos todos los elementos que se usarán en las demostraciones; b) las demostraciones tienen que ser completas, es decir, cada paso debe quedar justificado totalmente por aplicación correcta y exclusiva de las reglas de transformación del sistema o, al menos, deben hacerse de

modo tal que ningún paso sea sospechoso de demostración por otras reglas que no sean las admitidas; c) debe distinguirse claramente entre el lenguaje propio de las matemáticas (**matemática**) y el lenguaje usado para describir o referirse a las expresiones matemáticas (**meta-matemática**); d) los términos primitivos del sistema no harán referencia a ningún objeto; son simples marcas físicas con las cuales, y mediante la correcta aplicación de las reglas, se edifica un sistema sintáctico puro llamado "cálculo" cuyas características se reflejan en el siguiente esquema:

1. **Términos primitivos.** Variables vaciadas de toda significación habitual y para las cuales sólo se indica la categoría sintáctica.

2. **Reglas de formación.** Establecen cuáles serán las fórmulas aceptadas como válidas o correctas para el cálculo.

3. **Axiomas o postulados.** Se declara cuáles de las fórmulas del cálculo van a ser tomadas como puntos de partida y que no serán objeto de demostración.

4. **Reglas de transformación.** Se declara cuáles serán las reglas que deben emplearse en el cálculo para pasar de una fórmula a otra, a partir de los axiomas.

5. **Definiciones.** Sólo pueden usarse definiciones sintácticas; todo nuevo término (signo) que se introduzca deberá definirse recurriendo únicamente a los términos primitivos, o a términos definidos con anterioridad al que se introduce.

6. **Teoremas.** Por 'teorema' se entienda toda fórmula universalmente válida del sistema; es decir, o bien un axioma, o bien una expresión deducida de los axiomas por aplicación correcta de las reglas de transformación.

Un sistema formalizado no admite teorías supuestas ni términos primitivos de otras disciplinas; todos los signos y expresiones pertenecen al cálculo y carecen de significación, excepción hecha de las reglas, únicas expresiones que están en meta-lenguaje y cuyo significado es preciso comprender para poder operar con los signos del cálculo. La diferencia entre un sistema formalizado y un sistema formal radica en que los sistemas formalizados declaran cuáles serán las reglas de transformación que se usarán en el cálculo, en tanto que los sistemas formales las toman indiscriminadamente de la lógica supuesta. Cumpliendo con estas exigencias se asegura que dentro del sistema no podrán obtenerse contradicciones que lo hagan inconsistente.

Finalmente, la no-contradicción debe poder demostrarse por procedimientos meta-matemáticos. Estas pruebas son llamadas "pruebas absolutas de consistencia", a diferencia de las "pruebas relativas", o por exhibición de un modelo, que por no ser totalmente explícitas para el caso de modelos infinitos, son sospechosas de contradicciones ocultas. La demostración meta-matemática de la consistencia de un sistema consiste en encontrar una característica estructural de las fórmulas, de modo que se verifiquen las tres condiciones siguientes:

1º) La propiedad elegida debe ser común a todos los axiomas.

2º) La propiedad debe ser hereditaria, es decir, si la tienen los axiomas deben tenerla también todos los teoremas.

3º) La propiedad no debe pertenecer a todas las fórmulas construidas de acuerdo con las reglas de formación del sistema. Dicho de otro modo: debe haber por lo menos una fórmula bien formada que no sea ni axioma, ni derivación lógica obtenida a partir de los axiomas y que, además, no goce de la propiedad elegida.

Si todas las fórmulas del sistema gozaran de la propiedad elegida, el sistema sería contradictorio puesto que todas sus expresiones serían, o bien axiomas, o bien derivaciones de axiomas, y esto es lo mismo que decir que tanto una fórmula A como su contradictoria —A serían deducibles del sistema considerado.

Con su programa formalista, Hilbert aspiraba a proveer a la matemática de sólidas bases, de modo que para cada teoría matemática y lógica pudiera darse pruebas de su **consistencia** (imposibilidad de demostrar en ella una contradicción); su **completitud** (posibilidad de demostrar todas las fórmulas universalmente válidas del sistema, o todas las verdades de la teoría matemática para la cual el sistema formal se ha construido); y su

decidibilidad (posibilidad de establecer por un procedimiento algorítmico —en un número finito de pasos bien prescriptos— si una determinada fórmula es o no un axioma o un teorema del cálculo).

El criterio de existencia descansa en la no-contradicción de los sistemas, y no en la intuición o conocimiento efectivo de las entidades matemáticas. A diferencia del logicismo, cuyo carácter formal y abstracto comparte, el formalismo no admite que la matemática sea derivable de la lógica. "La matemática —decía Hilbert— es la ciencia del infinito".

Las aspiraciones de Hilbert resultaron excesivas. Investigaciones posteriores debidas al lógico austríaco K. Gödel [134] demostraron que: "nunca se logrará construir una disciplina deductiva completa y exenta de contradicción que contenga entre sus enunciados todas las proposiciones ciertas de la Aritmética y de la Geometría". (Tarski [78], p. 149.) Por su parte, en 1936, Church [135] demostró que la lógica elemental de predicados es indecidible, es decir, que no admite procedimiento general (aunque los hay para ciertas partes) de decisión efectiva. Con mayor razón aún, esta demostración muestra la indecidibilidad para sistemas mucho más complejos que la lógica elemental.

En suma: Para la moderna metodología de la matemática debe prescindirse de toda consideración acerca de la naturaleza ontológica de los entes matemáticos tradicionales. La tarea del matemático no consiste en buscar las propiedades esenciales de tales o cuales objetos; el proceso es más bien inverso: la tarea consiste en construir sistemas abstractos haciendo uso de signos vaciados de toda significación habitual; y elegir libremente los axiomas y las reglas de transformación adecuadas que permitan lograr el mayor y más interesante número de consecuencias derivables de los axiomas. El universo de la matemática se presenta, así, más que como un conglomerado de objetos específicos, como un universo de relaciones explícitamente establecidas en estructuras abstractas formalizadas. Mucho más que la evidencia de verdad de los axiomas matemáticos, interesa la forma; es decir, el sistema de relaciones que ellos, o cualesquiera otros objetos, satisfacen o satisfarán en caso de que realmente existan.

8. Conclusión

La metodología de las ciencias formales es hoy una ciencia deductiva ella misma, cuya tarea consiste en investigar y analizar las teorías deductivas lógicas y matemáticas: los signos que las componen; las relaciones sintácticas que se verifican entre ellos; las relaciones semánticas que se establecen entre esas expresiones y los objetos a los cuales se aplican; el estudio de las propiedades de los sistemas considerados como totalidades estructurales; y se ocupa, además, de establecer las leyes generales que gobiernan su propio ámbito.

Esta nueva disciplina se denomina "meta-matemática" o "teoría de la demostración matemática", y "meta-lógica" que comprende, por una parte, la **semiótica** o teoría general de los signos (sintaxis, semántica y pragmática) y, por otra, la teoría de los sistemas lógicos.

El grado de madurez de esta disciplina ha obligado a tomar nuevas y más exigentes precauciones en cuanto a la formulación y convalidación de nuestros conocimientos, así como a dejar de lado as-

piraciones absolutistas con respecto a la verdad o falsedad de nuestras afirmaciones. El descubrimiento de Gödel (1931) nos muestra que no toda verdad es demostrable; y el de Church (1936) nos dice, además, que aún entre lo demostrable no todo es calculable. Por su parte, las investigaciones semánticas nos previenen sobre el empleo indebido de la noción de 'verdad'; la noción de 'verdad' es un concepto meta-lingüístico y, como tal, referido siempre a un lenguaje determinado. Con palabras de Tarski[122]: "siempre debemos relacionar la noción de **verdad**, así como la de **oración** con un lenguaje específico; pues es obvio que la misma expresión que es una oración verdadera en un lenguaje puede ser falsa o carente de significado en otro." (I, 2).

9. Ejercicios

Nº 75. Demostrar que toda relación asimétrica [o sea: (x)(y)(Rxy ⊃ —Ryx)], es también irreflexiva [o sea: (x)—Rxx] en el conjunto dado. **Guía**: por reducción al absurdo, admitir que la tesis es falsa, es decir que es verdadera su negación [o sea: (Ex)Rxx]; aplicar luego y sucesivamente las siguientes reglas: a) sustitución de 'y' por 'x' en la hipótesis; b) reemplazar en su alcance, el condicional por su equivalente para la conjunción; c) aplicar dentro de los paréntesis la regla de la idempotencia para la conjunción; d) aplicar la equivalencia de cuantificadores; e) aplicar la regla del producto lógico con los resultados del primer paso y del último.

Nº 76. Dados como primitivos un conjunto K cuyos elementos son 'a', 'b' y 'c'; y una relación 'R' cualquiera, construir un sistema axiomático que tenga dos axiomas y por lo menos dos teoremas. Verificar con el auxilio de un modelo que el sistema construido es consistente.

Nº 77. Verificar que el conjunto de los días de una semana para la relación 'ser anterior a' es un modelo de la estructura de orden, dada en 4.1). Todos los enunciados obtenidos por interpretación de los primitivos, tendrán que ser verdaderos.

Nº 78. Verificar que el conjunto de los números naturales no es un conjunto ordenado para la relación 'ser sucesor inmediato de'. [Basta probar que, al interpretar los primitivos, por lo menos uno de los axiomas es falso].

C. METODOLOGÍA DE LAS CIENCIAS FÁCTICAS

1. El método hipotético-deductivo

Según vimos, los métodos de la ciencia tienden al logro de dos grandes finalidades: 1) la búsqueda y hallazgo de las verdades científicas, y 2) la convalidación de esas verdades. La primera de ellas se vincula con el contexto de descubrimiento, en tanto que la segunda se relaciona con el contexto de justificación. Ambas, a su vez, dependen de la naturaleza de los objetos de estudio y del tipo de enunciado que se desea poner a prueba y tienden, en definitiva, a alcanzar un conocimiento cada vez más preciso de los diversos aspectos de la realidad que se investiga.

Las ciencias fácticas son todas aquellas que se ocupan de cuestiones de hecho; su tarea consiste en el establecimiento de leyes em-

píricas y su correspondiente convalidación por la experiencia. En cuanto a las ciencias formales, constituyen un auxiliar indispensable en la metodología de las ciencias fácticas; pero si bien son necesarias para la reordenación, sistematización y análisis de las formulaciones empíricas, no son suficientes para establecerlas, puesto que la verdad de una generalización empírica no depende exclusivamente de su forma, o de su relación lógica con otros enunciados, sino, y fundamentalmente, de su adecuación con la realidad a la cual alude.

Este requisito de justificación formal de los enunciados científicos, combinado con la verificación por los hechos, constituye el fundamento del método hipotético-deductivo que caracteriza a las ciencias fácticas modernas, y cuyos orígenes se remontan a la implantación del método experimental por Galileo [9].

Según el método hipotético-deductivo, las ciencias fácticas se presentan como sistemas de teorías, cada una de las cuales está integrada por un conjunto de hipótesis iniciales, y a partir de ellas se van obteniendo por deducción lógica, otras hipótesis de menor generalidad, hasta llegar, por el mismo procedimiento, a las hipótesis de menor nivel. Una vez obtenidas las hipótesis de nivel inferior, de ellas se deducen finalmente los enunciados básicos de observación, que serán sometidos al veredicto de la confrontación por los hechos. Cada teoría científica es, pues, un sistema hipotético-deductivo cuyo esquema presenta las siguientes características:

Nivel 0. Disciplinas supuestas

TEORÍA
- **Nivel 1.** Términos primitivos (o no definidos)
- **Nivel 2.** Términos definidos
- **Nivel 3.** Hipótesis de alto nivel [Premisas para el n.4]
- **Nivel 4.** Hipótesis de nivel medio [Conclusiones del n.3 y premisas para el n.5]
- **Nivel 5.** Hipótesis de bajo nivel [Conclusiones del n.4 y premisas para el n.6]

Nivel 6. Consecuencias verificables [Conclusiones del n.5]

La ordenación de las hipótesis en alto, medio y bajo nivel, fue propuesta por R. Braithwaite [107] en su obra **La explicación científica.** La teoría propiamente dicha comprende los niveles 1 al 5 y entronca, por el nivel 0, no sólo con la ciencia de la cual pasa a formar parte, sino también con otras disciplinas científicas. Además, y por el nivel 6, se vincula con los hechos que constituyen su campo de aplicación y los elementos de prueba de la teoría.

Cabe advertir que también es posible construir una teoría fáctica tomando como base un sistema formal abstracto. El procedimiento consiste en interpretar los primitivos del sistema abstracto, de modo tal que cada término primitivo sea puesto en correlación con determinadas entidades empíricas con el auxilio de las definiciones coordinadoras. En estos casos, como es de suponer, el resultado de la interpretación ya no es un modelo de la misma categoría que los modelos de las ciencias formales, puesto que la verificación de los enunciados así

obtenidos va a depender de su correspondencia con los hechos con los cuales se los coordina.

2. Análisis de los niveles de una teoría fáctica

Nivel 0. Las disciplinas supuestas constituyen los conocimientos antecedentes de las teorías y son algo así como el almacén del material teórico aceptado, que sirve para garantizar la validez de los procedimientos o la solidez de las premisas adoptadas por la nueva teoría. Estas disciplinas supuestas no son, en modo alguno, el *desideratum* definitivo de la verdad de ningún enunciado científico de la teoría en cuestión; por el contrario, la nueva teoría se propone para salvar deficiencias o corregir errores y, desde este punto de vista, las nuevas teorías pueden fortalecer, rectificar, ajustar y, a veces, hasta refutar en algunas o todas sus partes a las disciplinas supuestas.

El número de disciplinas supuestas aumenta considerablemente cuando aumenta el grado de complejidad de la realidad en estudio. Así, por ejemplo, una teoría física puede presuponer no sólo otras teorías físicas, sino también algunas teorías matemáticas y lógicas; la química recurrirá, además, a la física; la biología tendrá que suponer también a la química; y así sucesivamente. No es importante, ni siquiera posible, admitir disciplinas enteras; lo que la metodología prescribe es que se tomen en consideración las teorías científicas más adecuadas para la investigación que se propone.

Nivel 1. Los términos primitivos de una teoría fáctica son provistos por las disciplinas supuestas y puede haberlos de varios tipos: términos matemáticos, términos lógicos, términos técnicos propios de la ciencia de la cual la teoría forma o pasará a formar parte, e, inclusive, términos del lenguaje común, especialmente en el caso de disciplinas que todavía no han alcanzado un alto grado de abstracción y precisión teórica. Los términos primitivos se incorporan con el significado conocido; la metodología prescribe que ellos sean suficientemente claros y unívocos, y estén convenientemente definidos en las disciplinas supuestas precedentes.

No hay ciencia ni teoría alguna que pueda prescindir de términos primitivos y, como ya hemos visto, tales términos no son intrínsecamente indefinibles; lo son en la teoría que los incorpora como tales. Para saber si un término es primitivo dentro de una teoría científica dada, basta ver cuáles son las definiciones de la teoría (los términos nuevos); todo término no definido en ella es, consiguientemente, un término primitivo de ella.

Nivel 2. Los términos definidos de una teoría fáctica se introducen recurriendo a definiciones de diversos tipos; para ellos no alcanzan las definiciones sintácticas, porque la importancia del significado de éstos términos radica en su relación con la realidad empírica que con ellos se quiere describir. Algunos de estos términos —los llamados "términos teóricos"— presentan ciertas complicaciones epistemológicas, y su significado, implícitamente definido dentro de la teoría, debe completarse vinculándolos con otros términos de observación mediante el recurso, por ejemplo, de definiciones operacionales.

En este nivel aparecen los "términos nuevos" de las ciencias incorporados por la teoría, en especial cuando se descubren objetos que no tienen denominación conocida y no se les puede dar nombres ya consagrados en razón de sus particularidades. Las apariciones de este tipo de términos señalan etapas importantes de las ciencias: Huygens [127] introdujo el término '*éter*' para designar el "medio" en el que se mueven las ondas luminosas; O. W. Holmes [128] se valió del término '*anestesia*' para designar el estado de inconsciencia producido por el éter sulfúrico y el óxido de nitrógeno; Faraday [129] inventó el término '*electrólisis*' para designar el proceso de separación de las sustancias por medio de la electricidad; Robert Hooke [130] dio el nombre de '*célula*' a las cavidades diminutas parecidas a las celdas de los panales que observó en delgadísimas láminas de corcho; . . . . Estos nuevos términos se vinculan con la formulación de nuevas teorías o la formación de nuevas ciencias. Sucesivamente considerados señalan: el primero de ellos, la formulación de la teoría ondulatoria de la luz; el segundo, la introducción de técnicas adecuadas para eliminar el dolor en las intervenciones quirúrgicas; el tercero, agregado a los conceptos de '*campo magnético*' y '*líneas de fuerza*', también introducidos por Faraday, señala el surgimiento de una nueva ciencia: el electromagnetismo; el cuarto es el concepto básico de que se valieron Theodor Schwann [131] y Matthias Schleiden [132] para la formulación de la teoría celular en biología, que dio lugar al nacimiento de una flamante ciencia: la citología.

Nivel 3. Las hipótesis de alto nivel son las que no son deducibles de ninguna otra hipótesis de la teoría. Se las denomina también hipótesis fundamentales o iniciales, y sirven de premisas (a la manera de los axiomas de las ciencias formales) a partir de las cuales se deducen lógicamente las hipótesis de nivel medio. Las reglas de inferencia para la deducción están dadas por la lógica deductiva presupuesta.

En este nivel puede haber una o varias hipótesis. El número y calidad de ellas varía de acuerdo con el grado de desarrollo de la ciencia de que se trate, y no todas son de la misma jerarquía científica. Desde el punto de vista metodológico, es fundamental que no aparezcan en este nivel hipótesis supernumerarias, es decir: cada hipótesis del nivel superior debe ser (ella sola, o en imprescindible combinación con otra u otras) premisa para, por lo menos, una hipótesis del nivel medio. Con esto se evita que las consecuencias que verifiquen una hipótesis del sistema verifiquen gratuitamente otra cuya conexión lógica con aquélla no esté debidamente justificada.

Nivel 4. Las hipótesis del nivel medio son las que se deducen lógicamente de alguna o varias hipótesis de la teoría, pero que no son hipótesis de alto ni de bajo nivel. Una hipótesis de nivel medio puede ser derivada de una, dos, o más hipótesis; cuanto mayor sea el número de hipótesis superiores que la justifiquen, más fuerte es el nexo lógico que las traba, haciéndose así más sólida la teoría en cuanto establece un mayor número de relaciones teóricas con los conocimientos anteriores. Esta trabazón lógica plantea, a su turno, consecuencias epistemológicas con respecto a la confirmación y refutación de las teorías, como ya veremos. Las hipótesis de nivel medio son, a su vez, las premisas para las hipótesis de bajo nivel.

Nivel 5. Las hipótesis de bajo nivel están sujetas a las mismas consideraciones que las formuladas para las del nivel medio. A medida que se pasa de un nivel a otro, en sentido decreciente, el grado de generalidad de las hipótesis puede disminuir pero nunca aumentar. Las hipótesis de bajo nivel son generalizaciones directas de hechos observables y las que, en definitiva, serán puestas a prueba por sus consecuencias verificables.

Nivel 6. Las consecuencias verificables son enunciados singulares derivados de las hipótesis de bajo nivel, los que serán sometidos a la confrontación por los hechos. El número de ellos es tan vasto cuan vasta sea la extensión de la clase de objetos que constituyen el dominio de la hipótesis. Suele llamárseles, también, enunciados básicos o de aplicación; la confirmación o refutación de estos enunciados contribuirá a fortalecer o debilitar las hipótesis de los niveles superiores de donde analíticamente se derivan.

3. Aceptabilidad de una teoría científica

Si una teoría científica parte de una sola hipótesis de nivel superior, resultará que un solo hecho que refute una hipótesis de nivel inferior, refutará también la hipótesis de nivel superior de la cual es consecuencia. De tal modo, si todos los sistemas científicos partieran de una sola hipótesis, el criterio de refutabilidad alcanzaría para rechazar cualquier teoría fáctica cuando uno de sus enunciados básicos no concuerde con los hechos.

Sin embargo, la mayoría de las teorías científicas parten de varias hipótesis de nivel superior. Esto hace que la refutación de una hipótesis de nivel inferior debilite el sistema, pero no alcanza para decidir cuántas o cuáles de las hipótesis de alto nivel son las que están en contravención con los hechos. Una conclusión aceptable, derivada de este resultado, es que por lo menos una de las hipótesis de nivel superior es falsa, pero en virtud de la trabazón lógica que se ha establecido entre ellas, no podemos afirmar cuál de todas es la que hay que desechar por improcedente.

> *"Así, pues, para la casi totalidad de las hipótesis científicas —exceptuamos las generalizaciones directas de hechos observables que constituyen las hipótesis de nivel más ínfimo de los sistemas deductivos— no es posible una refutación completa, como tampoco lo es la prueba completa: la experiencia nos puede decir que en alguna parte del sistema hay algo equivocado, pero nos cabe la elección en cuanto a lo que hayamos de considerar defectuoso". (Braithwaite [107], p. 36).*

Históricamente consideradas, las teorías científicas defectuosas dan origen a sucesivas revisiones, agregados y ajustes, y se las mantiene hasta tanto no se disponga de una nueva teoría que las reemplace y que satisfaga las exigencias teóricas y técnicas para las cuales se las edifica. Los cambios se efectúan con gran cautela y sólo una nueva teoría se impone a otra ya decadente cuando la nueva teoría ha dado pruebas numerosas y concluyentes de su mayor eficacia. Como sucede con casi todas las estructuras conceptuales de la humanidad, existe siempre la tendencia a mantener —hasta que ello resulte imposible por la fuerza incoercible de la necesidad o de los hechos— no sólo las leyes científicas ya consagradas, sino también sistemas completos. En este sentido afirma Quine [74]: "La prioridad de las leyes, aparte de toda competición con la prioridad basada en enunciados verificados por experiencia, admite varias gradaciones. Las conjeturas de la historia y la economía se revisarán con menos dificultades que las leyes de la física, y éstas, a su vez, con menos dificultades que las de la matemática y la lógica". (**Los Métodos de la Lógica** [131], p. 28). "Las leyes lógicas —agrega más adelante— son los enunciados más centrales y cruciales de nuestro esquema conceptual, y, por esta razón, los más protegidos de revisión por la fuerza de nuestro conservadorismo; pero, también por su crucial posición, son las leyes cuya adecuada revisión puede ofrecer la simplificación más contundente de todo el sistema de nuestro conocimiento. Así, pues, a pesar de su "necesidad", las leyes de la matemática y de la lógica pueden ser abrogadas". (**Ibidem**: p. 29). Esto ha sucedido, precisamente, con el surgimiento de las lógicas no-clásicas a las cuales hemos aludido en el capítulo III, 1, c), y de las geometrías no-euclídeas; novedades que afectaron a los fundamentos de varias ramas de la física y otras ciencias.

Así, pues, puede suceder que una nueva teoría sustituya total o parcialmente a otra; o bien, que la nueva teoría incorpore parcial o totalmente teorías anteriores, permitiendo, p.e., que leyes científicas ya conocidas sean deducibles de la nueva teoría. También se da el caso de que varias teorías acerca de distintos fenómenos den lugar a la formación de una nueva ciencia. Finalmente, sucede a veces que dos o más teorías científicas se combinan, sin anularse, para explicar ciertos hechos que no pueden explicar cada una de ellas aisladamente. En general, entre dos teorías rivales se prefiere aquella que explique el mayor número de fenómenos conocidos y permita la predicción de

nuevos acontecimientos con mayor seguridad y precisión. Entre dos teorías igualmente eficaces, suele preferirse la de mayor simplicidad y claridad teórica.

4. Las hipótesis científicas

Las hipótesis científicas forman una clase especial de enunciados de las ciencias, y constituyen las generalizaciones empíricas que se formulan para describir o explicar los hechos a los cuales aluden. Pueden estar sugeridas: a) por la observación de todos los hechos o fenómenos de un dominio determinado (inducción completa o aristotélica); b) por la observación de un gran número de casos favorables y ninguno desfavorable (inducción enumerativa); c) por la observación de un gran número de casos en condiciones muy diversas y adversas (inducción eliminatoria); d) pueden formularse sin tener en cuenta caso alguno, a condición de someter a verificación sus consecuencias (deductivismo-hipotético).

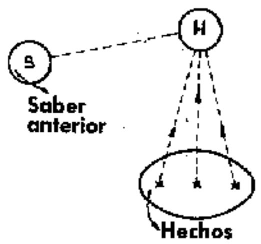
En cualesquiera de los casos, el término 'hipótesis' está indicando que se trata de enunciados cuya verdad se supone o se admite provisionalmente, con mayor o menor grado de confianza, pero nunca en forma definitiva. Esta es la característica de todas las generalizaciones empíricas no-completas, inclusive la de los enunciados de ley, que, a pesar de ser los genuinos representantes de las verdades científicas, no pueden ser verificadas concluyentemente pues, o bien el número de objetos o hechos a que aluden son infinitos, o bien constituyen generalizaciones para todo tiempo y lugar; lo que implica, de suyo, la posibilidad de que en algún lugar y tiempo existan casos aún no observados que contradigan parcial o totalmente la generalización puesta a prueba.

4.1) Clasificación de las hipótesis

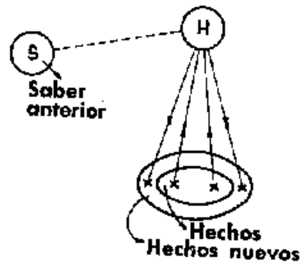
Como sucede con cualquier clasificación, las hipótesis pueden ser agrupadas de distintos modos, lo que dependerá, en definitiva, del criterio de clasificación adoptado. Uno de estos criterios, propuesto por Mario Bunge [134], consiste en considerar, negativa o afirmativamente, tanto los fundamentos teóricos de las hipótesis (que representaremos por 'f'), como su confirmación por los hechos (que representaremos por 'c'). Las posibilidades son así cuatro:

1. **Hipótesis de primer grado** (conjeturas o sospechas) -f y -c
2. **Hipótesis de segundo grado** (**ad hoc** o auxiliares) -f y c
3. **Hipótesis de tercer grado** (de ensayo o de trabajo) f y -c
4. **Hipótesis de cuarto grado** (establecidas o leyes) f y c

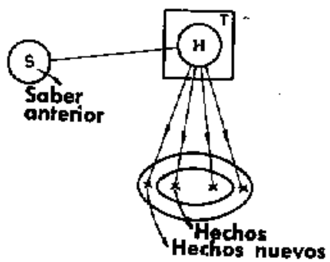
1. **Hipótesis de primer grado** (—f y —c). Son las hipótesis que no están fundadas en ninguna teoría científica, ni han sido confirmadas por los hechos. Aun cuando son sugeridas por conocimientos anteriores o, a veces, por fenómenos de observación, no se fundan en ellos. Así, p. e., antes de toda verificación experimental, Galileo [3] conjeturó que todos los cuerpos caen, en el vacío, con la misma velocidad. Las conjeturas permiten dar rienda suelta a la imaginación y al genio creador del investigador que las formula y, junto con las hipótesis de trabajo, son las que dan carácter de novedad a una teoría científica. El uso de conjeturas no está proscripto en las ciencias; por el contrario, muchas veces constituye el único punto de partida para nuevos e importantes descubrimientos. Sin embargo, las conjeturas carecen de valor científico si no se les encuentran fundamentos teóricos adecuados, o no pueden ser confirmadas por los hechos que tratan de explicar o describir.



2. **Hipótesis de segunda grado** (—f y c). Son aquellas que carecen de fundamentación teórica, pero tienen confirmación por los hechos. Su uso es eminentemente práctico y a ellas se recurre en las aplicaciones técnicas porque permiten predecir la eficacia de los resultados. Muchos tratamientos médicos, p. e., se basan en hipótesis de este tipo; los resultados son y siguen siendo eficaces, pero aún no se conocen los fundamentos teóricos que den una explicación racional de tales hechos. Esta es la razón por la cual se les suele llamar también "hipótesis aisladas", es decir, que no forman cuerpo sistematizado de conocimientos. Pertenecen también a este grupo las llamadas hipótesis auxiliares o **ad hoc** que se utilizan para reforzar una teoría científica; se echa mano de ellas para llenar ciertas lagunas o explicar ciertos hechos que no alcanza a explicar la teoría que los incorpora. La necesidad de hipótesis ad hoc para reforzar una teoría es índice de la necesidad de reformar la teoría o sustituirla. Para explicar la inestabilidad de la órbita de Mercurio —que constituía una excepción con respecto a los otros planetas— la mecánica clásica sólo podía hacerlo recurriendo a hipótesis **ad hoc** construidas expresamente con esa finalidad. La teoría general de la relatividad logró probar que lo de Mercurio no era una excepción, sino que tal fenómeno sucedía con todos los planetas; ocurría que para los otros casos la diferencia era tan pequeña que no podía detectarse con los medios de observación disponibles (135, pp. 503/4).

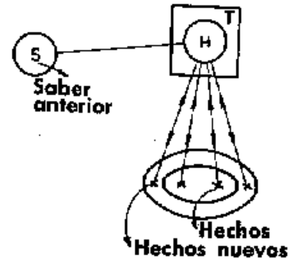


3. **Hipótesis de tercer grado** (f y —c). Son suposiciones con una fundamentación teórica aceptable, pero que aún no han sido confirmadas por los hechos. Enraizadas en los conocimientos precedentes y formando cuerpo con otras hipótesis dentro de la teoría que las incorpora, estas hipótesis introducen novedad y permanecen a la espera de confirmación objetiva. A veces esta confirmación se hace esperar en demasía; otras, el mismo autor de la teoría puede presentar los procedimientos experimentales para su confirmación inmediata. Su fundamentación teórica les confiere solidez y obliga a otros investigadores a la búsqueda organizada de hechos confirmatorios o refutativos. La teoría ondulatoria de la luz enunciada en 1678 por Huygens [137], demoró más de un siglo para ser aceptada, hasta que las investigaciones en el campo de la óptica por Thomas Young [136] y A. J. Fresnel [137] la reavivaron, en 1800 y 1814, respectivamente, para dar una explicación adecuada del fenómeno de interferencia de los rayos luminosos.



Las hipótesis de trabajo y las conjeturas son las que dan el carácter de "nueva" a una teoría; las diferencias más notables se centran, como vimos, en la fundamentación teórica: las conjeturas, por carecer de fundamentación teórica, no inspiran la confianza que sí inspiran las hipótesis de trabajo, y esto hace que su aceptación sea notoriamente resistida.

4. **Hipótesis de cuarto grado** (f y c). Son las llamadas "leyes científicas" propiamente tales, pero conservan su carácter de hipótesis en razón de que la generalidad que las caracteriza hace imprevisible la aparición de casos disconfirmatorios en lugares y tiempos no considerados. Son las **verdades óptimas** y **provisionales** de la ciencia. Si bien se observa, se trata de las hipótesis de tercer grado corroboradas ya suficientemente por los hechos. En realidad, cualquier tipo de hipótesis puede alcanzar la categoría de ley científica, pero no antes de satisfacer los dos requisitos fundamentales que hemos venido considerando.



El término **'ley'** tiene distintas aplicaciones en ciencia. En primer lugar, es preciso distinguir entre "leyes científicas" y las llamadas "leyes naturales"; las primeras son **enunciados de ley** y de ellas puede predicarse la verdad; las segundas, en cambio, son **leyes ónticas** y su aceptación constituye la admisión de un **principio de inducción** (el principio de la legalidad de la naturaleza). En segundo lugar, no todos los enunciados de ley (leyes científicas) pertenecen a un mismo nivel teórico: algunos de ellos describen, o pretenden describir, leyes naturales (son las **leyes ontológicas**); otros indican los procedimientos a tener en cuenta en la verificación (son los **enunciados nomo-pragmáticos o ecuaciones de laboratorio**); y otras son las leyes que rigen o describen el comportamiento de las leyes científicas (son **las meta-leyes, o enunciados meta-nomológicos**). Finalmente, es preciso advertir que no todas las leyes científicas son del mismo tipo: las hay causales; taxonómicas o de clasificación; cinemáticas o que describen cambios; de composición; estadísticas; etcétera [138].

Las leyes científicas, como todo aquello en que tiene intervención el conocimiento humano, están sujetas a variaciones a la luz de nuevos elementos de prueba que las contradigan, de ahí su carácter de verdades provisionales. Se presume, en cambio, que las leyes ónticas son invariantes (concepción estática de la legalidad natural); o bien que son cambiantes, porque los procesos dinámicos de la naturaleza hacen posible el surgimiento de nuevas leyes (concepción dinámica); o bien que las leyes ónticas son invariables, y las llamadas nuevas leyes no son más que las mismas de siempre pero que además pueden extender su validez a nuevas estructuras, objetos, o hechos surgidos por la dinámica de la naturaleza (concepción dialéctica en sentido amplio).

5. Los métodos de verificación empírica

5.1) Consideraciones previas

Una de las características fundamentales de las hipótesis científicas es, según vimos, su grado de generalidad que, junto con otras propiedades de las hipótesis, hace posible la explicación de hechos singulares dados a la observación, y la predicción de hechos nuevos para tiempos y lugares no observados.

Por el contrario, es precisamente ese grado de generalidad —a menos que se trate de hipótesis obtenidas por inducción completa de un número finito y conocido de casos— lo que hace imposible su verificación definitiva por los hechos, puesto que no hay hechos generales que sean dables a nuestra experiencia directa. La verificación (confirmación o refutación) debe efectuarse, y se efectúa, mediante la confrontación de enunciados singulares deducidos de las hipótesis de bajo nivel.

Otra circunstancia que hace dificultosa una pretendida confirmación total de las hipótesis consiste en que, a pesar de la posibilidad de aislar los hechos singulares de los demás hechos por vía del conocimiento, no existen, en rigor, hechos aislados: los hechos singulares están presumiblemente regidos por una multiplicidad de leyes (haces de leyes ónticas), algunas de las cuales prevalecen sobre las otras o inciden más ostensiblemente sobre las demás. La construcción de teorías científicas pretende reflejar este complejo comportamiento de la singularidad; por esta razón se dice que la verificación de un enunciado observacional, más que confirmar o refutar tal o cual hipótesis, fortalece o debilita un sistema de hipótesis, es decir, una teoría.

5.2) Clasificación de los métodos de verificación empírica

Así como cada acción humana lleva asociado un método, también los métodos de la ciencia pueden clasificarse de acuerdo con la naturaleza de los hechos de investigación.

Las ciencias fácticas se ocupan, como su nombre lo sugiere, de "hechos", que pueden ser: o bien fenómenos del mundo exterior (como el caso de la física, la biología, etc.), o bien fenómenos de la experiencia interna (como en la psicología), o bien fenómenos culturales (como los de la sociología). Pero desde un punto de vista más general, todos estos fenómenos pueden agruparse en tres grandes categorías, atendiendo, más que a las ciencias que los consideran, al tipo de método con que pueden ser tratados: a) sucesos determinados causalmente, b) sucesos periódicos, y c) sucesos aleatorios.

a) **Sucesos determinados causalmente.** Son aquellos que pueden predecirse con gran exactitud sabiendo cuáles son las condiciones iniciales que dan lugar al fenómeno, y las características de la porción del universo en que ocurre. Así, p. e., si sabemos que estamos al nivel del mar, con presión normal y latitud media, y que se está calentando agua destilada en cierto recipiente, podemos asegurar que el agua empezará a hervir cuando un termómetro de precisión, en contacto con el líquido, marque entre $100 - \frac{1}{2}$ y $100 + \frac{1}{2}$.

b) **Sucesos periódicos.** Son aquellos que se presentan reiteradamente, separados entre sí por lapsos fijos (o períodos). Por ejemplo, la rotación de la Tierra alrededor de su eje es un fenómeno periódico, pues el pasaje de un determinado punto de ella, frente a una determinada estrella, se repite aproximadamente cada 24 horas.

c) **Sucesos aleatorios.** Se llama "aleatorio" a todo suceso que, aun cuando se conozcan las condiciones iniciales que lo producen, no puede predecirse con certeza. Supongamos, por ejemplo, que deseamos saber de qué sexo será el hijo que espera una familia: desde el punto de vista óntico, no puede decirse que este suceso está indeterminado; sin embargo, no hay ninguna razón para suponer, **a priori**, que será varón o mujer. Análogamente, si tiramos al aire una moneda común luego de agitarla convenientemente, y sin controlar su caída, no podemos decir que el lado que muestre al caer al suelo esté indeterminado, puesto que el roce del aire, el impulso inicial y la superficie que lo recibe, **determinarán** físicamente cuál es el lado que mostrará finalmente; sin embargo, no hay ninguna manera razonable de inferir que será "cara" o "ceca", y por eso se dice que tal suceso es aleatorio, i. e., está librado al azar.

El tratamiento científico de cada uno de estos tipos de fenómenos da lugar a los tres grandes métodos de la verificación empírica: 1) el método experimental, 2) el método observacional, y 3) el método estadístico, respectivamente.

5.3) El método experimental

Como su nombre lo indica, este método se basa en el experimento. A grandes trazos, un experimento consiste en provocar artificialmente un hecho, tal como se da a la observación, con el objeto de controlar los factores relevantes que intervienen en su producción. Se denominan "factores relevantes" aquellos que traen aparejados cambios sobre el fenómeno que se considera. Lo ideal sería variar un solo factor por vez para poder establecer con precisión a qué se deben los efectos hallados; pero este tipo de control es de difícil logro, sobre todo porque existen factores que varían como consecuencia de los cambios provocados por el factor que se controla. Ningún experimento puede ser totalmente controlado, o sea, controlado respecto de todos sus factores; no sólo por imposibilidad técnica, sino también porque el control experimental depende de consideraciones teóricas: se controlan aquellos factores que la teoría señala como pertinentes.

El método experimental pone en juego las **técnicas** de la verificación empírica, que son de variado tipo y cuyo uso depende de la naturaleza del experimento por realizar y de los hechos que se investigan. Estas técnicas no sólo aportan los instrumentos adecuados para la experimentación sino que, además, incluyen los procedimientos especiales que deben tenerse en cuenta para el **uso** de tales instrumentos.

Suele decirse que éste es el método propio de las ciencias "ex-

perimentales", entre las que se cuentan la física, la química, la biología, etc. Sin embargo, debería decirse más precisamente que el método experimental es aplicable en cualquier ciencia, siempre que el hecho pueda ser provocado artificialmente. Las ciencias más desarrolladas echan mano de todos los métodos disponibles, lo cual está sujeto a las exigencias de las distintas etapas del proceso científico.

El estudiante estará sin duda familiarizado con los experimentos científicos; abundantes descripciones de ellos se encuentran en los textos e historias de la ciencia. No obstante ello, propondremos a continuación un ejemplo muy conocido en el que se señalan algunas de las implicaciones epistemológicas que hemos venido considerando. En él seguiremos la ordenación propuesta por Mario Bunge [70]

5.3.1) Los experimentos de Torricelli y Pascal sobre la presión atmosférica

a) El hecho observado y el problema por resolver

Desde la antigüedad, los artesanos poceros sabían que las bombas aspirantes no pueden subir el agua a más de 10 m de altura. El **problema teórico** consistía en explicar ese límite. **El problema práctico** radicaba, presumiblemente, en eludir o superar ese obstáculo construyendo bombas que pudieran subir el agua a más de 10 m.

Ahora bien, el funcionamiento de las bombas aspirantes se explicaba por el principio aristotélico del **horror al vacío**, según el cual la naturaleza tiene horror al vacío y por eso se llena toda cavidad evacuada. Sin embargo, este principio limitaba su validez al dominio comprendido entre 0 y 10 metros. Si la naturaleza tenía horror al vacío, ¿por qué este "horror" quedaba limitado a 10 m de altura? Surgía aquí una contradicción entre un dato de la experiencia (el límite de altura) y la teoría vigente. Para la solución teórica del problema podía echarse mano de tres soluciones ya conocidas: a) corregir la hipótesis del "horror al vacío" ajustándola a las limitaciones observadas, o recurriendo al uso de hipótesis **ad hoc**; b) eliminar dicho principio de la teoría sustituyéndola por una hipótesis más general y más conforme con los conocimientos del siglo (s. XVII); o bien c) formular una nueva teoría. Torricelli [139] adoptó la segunda de las soluciones.

b) La hipótesis de Torricelli

Evangelista Torricelli, discípulo de Galileo [6], se propuso en 1644 explicar el hecho que hasta entonces había preocupado más a los artesanos que a los doctores. Para ello formuló la siguiente hipótesis, a la sazón ni fundada ni confirmada (conjetura).

> *H) El aire obedece a las mismas leyes que los líquidos, o sea, a las leyes de la hidrostática.*

En otras palabras, las leyes de la mecánica de los fluidos valen también para el aire. (Un siglo después se comprobó que el aire también obedece a las leyes de la hidrodinámica).

Torricelli no se contentó con enunciar sus **conjeturas**: había adoptado la regla metodológica de Galileo, fundador del método experimental, según la cual "las proposiciones acerca de hechos deben ponerse a prueba", o sea, verificarse mediante la experiencia (a menos que sean analíticas). Pero las hipótesis generales tales como H, que se refieren a todo un conjunto de leyes, no pueden verificarse directamente; se verifican sus consecuencias. Además, era preciso aproximar H al problema planteado, que era el de las bombas aspirantes, y al problema científico general sobre la naturaleza del aire. Para alcanzar un objetivo y otro era preciso deducir de H, **consecuencias particulares verificables.**

c) Deducciones de H

Nivel medio

D. 1: La ley de los vasos comunicantes con líquidos diferentes vale cuando uno de los fluidos es el aire.

D. 2: Las bombas aspirantes son un caso particular de los vasos comunicantes, en que uno de los fluidos es el aire.

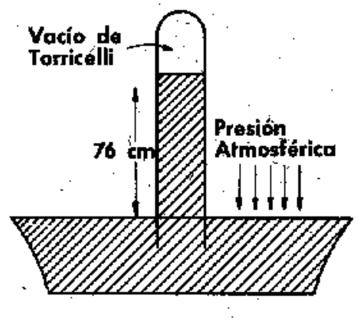
Bajo nivel

D. 3: El líquido subirá por el cuerpo de la bomba mientras el peso de la columna de agua no sea equilibrado por el peso de la columna de aire atmosférico. (En condiciones normales de equilibrio, vale $P_1h_1 = P_2h_2$, donde 'P_1' y 'P_2' designan los pesos específicos de los fluidos, y 'h_1' y 'h_2', las alturas respectivas.)

Si esta última conclusión era verdadera, quedaba explicado el funcionamiento de las bombas aspirantes.

d) Confirmación experimental

La consecuencia D.1 derivada de H no es verificable directamente sino indirectamente: es preciso probar con todas las parejas posibles de fluidos, para alcanzar la certeza de que la ley de los vasos comunicantes vale para todas ellas, tal como queda enunciado en D.1. Así, pues, las reformulaciones de D.1 con especificación de parejas de fluidos (agua-leche, aceite-vino, argón-sodio, ..., etc.) configuran un conjunto de hipótesis de bajo nivel de donde podrán derivarse, a su vez, enunciados singulares para tales o cuales porciones de fluidos, sometidos a tales y cuales condiciones experimentales. Cada una de las confirmaciones de estas consecuencias verificables fortalecería a D. 1 y, por consiguiente, a H.



Torricelli eligió la pareja aire-mercurio por motivos técnicos. Pensó que, siendo el mercurio 13 veces más pesado que el agua, aquél subiría mucho menos que ésta, según D.3. La elección del mercurio permitiría la realización del experimento mediante una instalación más sencilla y práctica. Con este arsenal teórico a su disposición, Torricelli planeó el siguiente experimento (que realizó Vincenzo Viviani [140]): se llena de mercurio un tubo de vidrio cerrado en uno de sus extremos; en estas condiciones, el tubo se invierte sumergiéndolo, por el extremo abierto, en una cubeta que contiene también mercurio. Según lo que hace suponer la observación ingenua, o bien el tubo se vaciará totalmente dentro de la cubeta, o bien permanecerá lleno en las mismas condiciones iniciales; sin embargo, ninguno de estos dos hechos sucedió. El mercurio, en vez de seguir ocupando el tubo o de escurrirse íntegramente, bajó sólo hasta una altura equivalente a los 76 cm; en el extremo superior se había producido un vacío (llamado luego "**vacío de Torricelli**" o "**cámara barométrica**"), en contradicción con el principio aristotélico del "horror al vacío".

e) Confirmación de D.1 mediante un experimento independiente

El experimento de Torricelli había refutado la creencia de la imposibilidad del vacío, pero no bastaba para confirmar la hipótesis alternativa ofrecida por Torricelli, según la cual la atmósfera ejercía una presión que era responsable, entre otras cosas, del límite de 10 metros en la eficacia de las bombas aspirantes. Se necesitaba un experimento independiente que confirmara dicha hipótesis.

El experimento crucial fue planeado por Pascal [61] y realizado por M. Périer [141] el 10 de setiembre de 1648. Pascal razonó así: "Si es verdad que la naturaleza aborrece el vacío, debe aborrecerlo tanto en la llanura como en la montaña; por consiguiente,

si la hipótesis peripatética es verdadera, el barómetro de Torricelli **no debe variar** al subir la montaña; en cambio, si es verdadera la hipótesis de Torricelli, la columna de mercurio **deberá disminuir su altura**, ya que al subir disminuye la altura de la columna de aire que, según esta última hipótesis, equilibra el peso de la columna de mercurio". El experimento se realizó en la ciudad de Clermont, de Auvernia, al pie del monte Puy de Dôme, a distintas alturas de este monte y en la cima, confirmándose de este modo la hipótesis de Pascal, que era, a su vez, una hipótesis de bajo nivel deducida de la hipótesis conjeturada por Torricelli.

f) Decisión entre las dos hipótesis rivales

La variación inversa de la altura barométrica en relación con la altura sobre el nivel del mar, comprobada por los experimentos de Périer, fue considerada como una confirmación definitiva de la hipótesis de Torricelli. Esto constituye una ligereza que la metodología sanciona por falta de rigor; debió exigirse la repetición del experimento en diferentes épocas del año, en diferentes condiciones climáticas, por distintas personas y en diferentes lugares. A pesar de ello, no fue necesario repetir varias veces los experimentos de Torricelli y Pascal, para confirmar la hipótesis de que la costra terrestre está rodeada por una atmósfera que actúa como un mar. Dichos experimentos sirvieron para fundar explicaciones de muchos otros hechos y permitieron sugerir un número creciente de nuevos experimentos —entre otros los de Guericke [132] y Boyle [133]— que dieron origen a la neumática y a la física de los gases. La hipótesis de Torricelli tuvo, pues, todas las características de una hipótesis científica: permitió explicar mejor ciertos hechos conocidos, predecir hechos nuevos, reunir conocimientos dispersos, y abrir nuevos caminos a la investigación. Mientras la hipótesis de Torricelli había sido fértil, la hipótesis del "horror al vacío" quedaba viciada de esterilidad.

g) Algunas derivaciones teórico-prácticas

La confirmación experimental de la hipótesis de Torricelli dio origen a numerosos adelantos, entre otros: a) **El barómetro de mercurio** que es, en esencia, un tubo de Torricelli graduado; hay otros tipos de barómetros, pero todos ellos se originaron en el de Torricelli. b) **La neumática**: el solo concepto de presión de un gas contra las paredes del recipiente que lo contiene, permitió encarar el estudio de la física de los gases, iniciado en forma sistemática por Boyle a quien se le debe la ecuación '$pV = cte$', que fue posteriormente ajustada. c) **La acústica**: la demostración de la posibilidad de hacer el vacío permitió descubrir la naturaleza del sonido: movimiento dotado de masa que no se propaga en el vacío; punto de arranque de la acústica moderna. d) **La meteorología**, concebida como el estudio de la atmósfera terrestre, comenzó prácticamente con el experimento de Pascal. e) **Aplicaciones industriales**: además de las aplicaciones prácticas en la neumática, la acústica y la meteorología, la técnica del vacío se emplea en muchas industrias modernas: fabricación de bulbos eléctricos, válvulas de radio, tubos de rayos X, botellas-termos, etcétera.

h) Corrección de la hipótesis sobre el vacío total

Torricelli y sus sucesores inmediatos creían haber hecho un vacío total. Los cartesianos, partidarios de la hipótesis aristotélica del **plenum**, sostenían, con razón, que no se había probado que el llamado vacío torricelliano no estuviese lleno de una materia sutil (éter). Al respecto, cabe señalar los siguientes datos: 1) En la Tierra no ha sido posible alcanzar un vacío mayor que 10^{-10} mm de mercurio; no se trata de una imposibilidad física, sino técnica: la de obtener cierres herméticos, impermeables al mar de aire en que estamos sumergidos. 2) El vacío torricelliano es vacío de materia corpuscular (átomos y moléculas), pero no es vacío de toda clase de materia. Todo tubo en que se haya hecho el vacío, está penetrado por campos de varias clases y, particularmente, por el campo gravitatorio y el campo electromagnético.

5.4) El método observacional

En el experimento, no sólo se registran los cambios, sino que, además, se los provoca. El método observacional tropieza, si se quiere, con la limitación de no poder producir artificialmente los hechos ni provocar a voluntad las variaciones que controla. No obstante ello, a la correcta aplicación de este método debe la ciencia ponderables descubrimientos.

El método observacional tiene como principal auxiliar a la matemática y debe sus mayores alcances a los aparatos técnicos de observación que perfeccionan, y a veces sustituyen, nuestros órganos de percepción sensible. La observación como **técnica**, o como momento de todo método científico, tiene capital importancia en todas las ciencias, incluso en las experimentales. En las ciencias reconstructivas, o sea, aquellas que se ocupan de la investigación del pasado (historia, filología, arqueología, paleontología, y otras), las técnicas de observación se aplican a los **rastros** o **vestigios** de sucesos ya acaecidos, o **hechos** en sentido estricto del término.

La observación científica requiere la puesta en juego de aptitudes personales y especiales del investigador, enriquecidas por la constancia, la paciencia, la oportunidad, la precisión y claridad en las anotaciones y, muy particularmente, una actitud crítica sin concesiones para el registro, comparación e interpretación de los resultados. A continuación presentamos un descubrimiento famoso debido al método observacional; en la ordenación de la exposición seguiremos la propuesta por M. Bunge [134], para poder asociarlo a su clasificación de las hipótesis.

5.4.1) El descubrimiento de Neptuno

a) El problema

Se había determinado la órbita de Urano en la forma habitual en astronomía moderna, esto es, observando algunas de sus posiciones y aplicando la teoría de Newton [144] de los movimientos planetarios. Este cálculo reposaba sobre diversas hipótesis; he aquí algunas de ellas:

- *H1. El sistema solar está suficientemente aislado del resto del universo para que se lo pueda considerar autodeterminado, al menos en su aspecto mecánico (Hipótesis de primer grado).*
- *H2. Vale la ley del movimiento, de Newton: '$F = ma$' al menos en la primera aproximación (Hipótesis de cuarto grado).*
- *H3. Vale la ley de la gravedad, de Newton: $F = Gmm'/D^2$, al menos en la primera aproximación (Hipótesis de cuarto grado).*
- *H4. Urano, el más lejano de los planetas observados, es también el último de los planetas existentes y, por consiguiente, sobre su órbita sólo influyen el Sol y los planetas interiores a la órbita de Urano (Hipótesis de segundo grado).*

La H4 es un ejemplo de las llamadas **"hipótesis extremales"** o **"de contorno"**, porque supone que no hay más objetos que los dados, los conocidos, o los considerados.

En suma: el cálculo de la órbita de Urano se fundaba en ciertos datos empíricos, en conocimientos teóricos antecedentes y en un conjunto de hipótesis especiales como

la H1 y la H4. Pero la órbita calculada no concordaba con la observada (en rigor no se observa la órbita, sino sólo un conjunto discreto de posiciones). Por consiguiente, una o más hipótesis intervinientes en la determinación teórica de la órbita estaban equivocadas. ¿Cuáles?

b) La hipótesis de Adams y Le Verrier

El movimiento "anómalo" de Urano hizo sospechar a Bessel[145] que el más lejano de los planetas observados hasta entonces podría no ser el último, y que el misterio de Urano terminaría por ser resuelto con el descubrimiento de un nuevo planeta. Adams[146] y Le Verrier[147], en 1845 y 1846 respectiva, e independientemente, formularon la hipótesis:

- *H5. Las anomalías de Urano se deben a perturbaciones producidas por un planeta desconocido (Hipótesis de primer grado).*

Sobre la base de la teoría vigente, formularon también otras hipótesis consideradas pertinentes y auxiliares para la comprensión de la hipótesis anterior; entre otras:

- *H6. El planeta desconocido se mueve en el plano de la eclíptica (Hipótesis de tercer grado).* Fundamento: *las inclinaciones de las órbitas de Urano, Saturno y Júpiter son pequeñas; en ausencia de datos complementarios no hay por qué suponer que la inclinación de la órbita del planeta desconocido sea mayor.*
- *H7. La órbita del planeta desconocido está situada más allá de Urano (Hipótesis de tercer grado)* Fundamento: *si hubiera estado entre el Sol y Urano, habría producido perturbaciones sobre los planetas interiores de Urano, las que habrían sido observadas.*
- *H8. La distancia media del nuevo planeta al Sol está dada, aproximadamente, por la "ley de Bode" (Hipótesis de cuarto grado). Los resultados de la "ley de Bode" son números proporcionales a las distancias de los planetas con respecto al Sol*[147].
- *H9. El planeta desconocido es el último (Hipótesis de primer grado: extremal o de contorno).*

¿Por qué no descartaron las hipótesis generales H1, H2 y H3? Porque habían dado buenos resultados en los demás casos; más aún, habían sido confirmadas no sólo en el terreno de la astronomía, sino en toda la física terrestre.

c) Verificación

Sobre la base de las hipótesis mencionadas, Adams y Le Verrier dedujeron la órbita del presunto planeta; esto es, calcularon la órbita que tendría que recorrer para provocar los apartamientos (respecto de los cálculos anteriores) observados en la órbita de Urano. Obtenida la órbita como deducción de las hipótesis, quedaba por hacer una última deducción: calcular cuándo, y hacia dónde, había de apuntar el telescopio para localizar el planeta. Esta consecuencia particular verificable de la hipótesis de Adams y Le Verrier era, desde luego, una predicción. La confirmación de la predicción fortalecería la hipótesis.

El 18 de setiembre de 1846, Le Verrier escribió a Galle[148], astrónomo de Berlín, comunicándole los resultados de sus cálculos y solicitándole su colaboración para la verificación por los hechos. El mismo día que recibió la carta —el 23 de setiembre de 1846—, Galle halló al nuevo planeta a 52' de la posición calculada por Le Verrier, y se apresuró a informarle: "El planeta cuya posición usted indicó, realmente existe". La predicción había sido confirmada. Un ente hipotético previsto por la teoría había sido descubierto, y los astrónomos presenciaron el "advenimiento" del octavo planeta: Neptuno.

d) Rectificaciones teóricas

El descubrimiento de Neptuno mostró la falsedad de la hipótesis de contorno (H4). Además la determinación de la distancia de Neptuno al Sol mostró que también

era falsa la "ley de Bode" (H8). Casi un siglo después hubo que rectificar otras hipótesis de las empleadas por Adams y Le Verrier; en particular la hipótesis extremal H9. En efecto, las observaciones posteriores mostraron la existencia de perturbaciones en la órbita de Neptuno, hecho que se atribuyó, por analogía con el descubrimiento anterior, a un nuevo planeta que fue descubierto por el astrónomo Slipher[148] y bautizado con el nombre de Plutón.

Los argumentos de Adams y Le Verrier poco debían a la inducción y configuran un excelente ejemplo no sólo del método observacional, sino también, y muy especialmente, del método hipotético-deductivo que dio considerable impulso y eficacia a la ciencia moderna.

5.5) El método estadístico[149]

5.5.1) Campo de aplicación de la estadística

El método estadístico no debe ser considerado como un método absolutamente independiente de los otros dos hasta aquí tratados; por el contrario, se trata de una compleja técnica, "**la técnica estadística**", aplicable a casi todas las ciencias y basada en teorías —como por ejemplo, el cálculo de probabilidades— que requieren lo más avanzado del conocimiento matemático disponible. Las técnicas estadísticas, sin bastar por sí solas como único método científico, ayudan a lograr mayor eficacia en las distintas etapas del proceso de construcción de teorías científicas:

a) **En la etapa observacional**, la estadística sirve para que el científico decida cómo debe **seleccionar** los sucesos que observará, ya que resulta prácticamente imposible observar **todos** los sucesos de una misma clase: p. e., es imposible observar todos los fenómenos existentes de ebullición de agua.

b) **En la etapa experimental**, la estadística aconseja, en base a los datos recogidos durante la observación, cómo debe elegir los sucesos cuya repetición experimental le interesa, y cómo debe realizar los experimentos.

c) **En la etapa de la inferencia científica**, la estadística permite averiguar con qué seguridad teórica se puede generalizar una hipótesis, a fin de convertirla en ley científica, y qué riesgo se corre al rechazar como falso un dato que resulta sospechoso.

En lo que respecta a los fenómenos que considera, si bien casi todas las ciencias modernas —a causa de los principios de "incerteza" y de la "relatividad" de los hechos reales— utilizan técnicas estadísticas, éstas son mucho más necesarias en las que se ocupan de sucesos **aleatorios**, como la sociología, la psicología, la biología, y la microfísica.

Dada una hipótesis acerca de un fenómeno aleatorio, lo que el método estadístico permitirá establecer, es el grado de **probabilidad** con que ese fenómeno ocurrirá dentro de un universo de discurso considerado (llamado "población total"), una vez establecida para una parte de esa población (parte conocida que recibe el nombre de "muestra" o "conjunto de referencia").

5.5.2) La noción de 'probabilidad'

Según vimos, la estadística se ocupa de determinar qué experiencias deben efectuarse o qué datos deben admitirse en una tarea científica, cuando resulta imposible predecir los resultados con certeza y debemos conformarnos con obtenerlos con un cierto grado de **probabilidad.**

Supongamos, por ejemplo, que queremos formular una ley científica que describa cómo se comportará una porción de aceite si se lo enfría y se lo presiona fuertemente. La física nos enseña, a partir de leyes ya conocidas, que las moléculas de aceite se contraerán, y la fuerza de gravitación hará que se cohesionen más o menos rígidamente, de manera que terminarán por constituir lo que a primera vista se llama un "cuerpo sólido". Podemos, pues, enunciar así nuestra ley sobre el comportamiento del aceite: "Al enfriar y presionar aceite líquido, éste se solidificará", y hasta podemos asegurar que nuestra ley es prácticamente **verdadera** —aceptación que dependerá de los fundamentos teóricos, de su confirmación por los hechos, y, además, de las creencias filosóficas del científico.

a) Frecuencia relativa

Si en vez de un hecho determinado causalmente nos encontramos frente a un fenómeno aleatorio, ya no podremos afirmar que la ley que rige a este fenómeno es verdadera a secas. Nos vemos obligados a buscar para él una especie de "medida de confianza"; es decir, un cierto índice que nos permita considerar —de acuerdo con la naturaleza de nuestra teoría— cuándo puede aceptarse una hipótesis de este tipo como verosímil. Así, p.e., afirmar 'Fulano ganará la lotería' será más verosímil si Fulano es poseedor de más de la mitad de los billetes sorteados, que si es poseedor de un solo billete. Esa medida de confianza que buscamos es la **probabilidad** de un fenómeno aleatorio, y está estrechamente vinculada al concepto común de **frecuencia.**

> *Se llama 'frecuencia relativa' de un suceso, al número n/m: cuando 'm' es el número de casos observados del fenómeno, y 'n' es el número de apariciones registradas, durante la observación, del fenómeno esperado.*

Así, por ejemplo, si se sacan 32 bolillas de una urna, de las cuales 4 son negras, la frecuencia absoluta del fenómeno 'Sale una bolilla negra' es 4; la frecuencia relativa, en cambio, es $4/32=1/8$. Igualmente, si se observan 24 nacimientos de los cuales 12 son de niños varones, la frecuencia relativa del hecho 'Nace un varón' es: $12/24=0{,}5$.

b) Probabilidad

Pero el dato anterior es insuficiente como información sobre el comportamiento futuro del fenómeno. Si se tira al aire una moneda

100 veces, puede muy bien suceder que salgan 15 caras y 85 cecas; pero si la moneda es "sana", no es lícito suponer que la ceca sea "más probable" que la cara. Las diferencias obtenidas se deben a que durante esas 100 experimentaciones ha estado influyendo algún factor aleatorio (no provocado) que favoreció sistemáticamente la aparición de las cecas, pero que puede ir variando si se efectúan nuevas experimentaciones.

Lo que la teoría de la probabilidad afirma es que las causas aleatorias que rigen un fenómeno se van compensando cuando el número de experimentaciones aumenta, de tal manera que en el cómputo total sólo rigen las causas esenciales que lo determinan.

Así, por ejemplo: un matemático desocupado tira al aire una moneda común, variando la posición, el impulso y el lugar. Efectúa 5 series: de 1000 tiradas la primera; de 10000 la segunda; de 20000 la tercera; de 30000 la cuarta, y de 100000 la quinta. En cada serie de tiradas anota la frecuencia relativa y absoluta del fenómeno 'Aparece una cara' obteniendo los siguientes datos:

1ª	tirada:	718	caras	sobre	1 000	(0,718)
2ª	"	3 190	"	"	10 000	(0,319)
3ª	"	8 200	"	"	20 000	(0,410)
4ª	"	15 600	"	"	30 000	(0,520)
5ª	"	50 101	"	"	100 000	(0,501)

Como puede observarse, los valores tienden a estabilizarse alrededor del número 0,5 que indica la frecuencia más "esperable" de una cara. Intuitivamente hablando, como no hay más que dos valores (cara y ceca) y ambos son igualmente "esperables" en una moneda normal, es de suponer que "a la larga" los factores que inciden en la aparición irregular de caras y cecas se compensarán, y terminaremos por obtener exactamente la mitad de las caras y la mitad de las cecas. Este es, pues, el "valor esperable" o "probable", que constituye un caso de la siguiente definición:

> *Probabilidad de un suceso, con respecto a una cierta serie de observaciones, es el número al cual se "acerca" la frecuencia relativa, cuando el número de observaciones se hace muy grande.*

5.5.3) Ejemplo esquemático de comprobación estadística

La comprobación estadística es muy compleja y comprende distintas etapas, cada una de las cuales está sujeta a condiciones técnicas y teóricas de naturaleza diversa. Esquemáticamente esas etapas pueden resumirse en las tres siguientes: 1) etapa de la selección y recolección de datos, 2) etapa de elaboración de los datos, 3) etapa de la interpretación de los datos. A grandes trazos estas etapas pueden apreciarse en el siguiente ejemplo:

Un fisiólogo tiene la sospecha de que cierta droga X cura la artritis y formula para ello la siguiente hipótesis que tratará de establecer estadísticamente: 'La droga X cura la artritis'.

1) **Selección de los datos.** En esta primera etapa, la estadística prescribe los procedimientos adecuados para lograr una "muestra" suficientemente representativa de la población total de artríticos. Elige, p. e., 200 artríticos y los separa en dos

grupos de 100 enfermos cada uno tratando de que ambos grupos sean "**homogéneos**", es decir, evitando no agrupar a los enfermos graves de un lado y a los leves de otro; o a los jóvenes de un lado y a los ancianos de otro. Para ello recurre a una lotería, o bolillero, o a una tabla especial llamada "tabla de números al azar". Este procedimiento recibe el nombre de "**casualización**" y sirve para eliminar la hipótesis de que el fenómeno en cuestión (la cura de la artritis) se debe al azar; suposición llamada "**hipótesis de nulidad**".

2) **Elaboración de los datos.** Esta etapa puede ser experimental u observacional; en nuestro caso interesa el experimento. El fisiólogo suministra la droga a los componentes de uno de los grupos que pasa a ser el "**grupo experimental**", en tanto que a los del otro, "**grupo de control**", les suministrará una píldora neutra, sin que ninguno de los dos grupos advierta las diferencias del tratamiento; con esto evita introducir un nuevo factor aleatorio que pudiera incidir en los resultados. Complementa el experimento con observaciones periódicas sobre el estado y evolución de los pacientes de ambos grupos y anota cuidadosamente los resultados.

3) **Interpretación de los datos.** Los resultados estarán sujetos a lo que indiquen las tres hipótesis alternativas siguientes: a) Si la droga es inocua, habrá tantas mejorías en el grupo experimental como en el de control; b) Si la droga es nociva, los pacientes del grupo experimental habrán empeorado; c) Si la droga es beneficiosa, el grupo experimental habrá mejorado respecto del grupo de control.

Concluido el período de prueba, si se llega a las condiciones descriptas por a) y b) el fisiólogo rechazará la hipótesis; pero tratándose del caso c) tendrá que calcular en qué porcentaje las mejorías observadas en el grupo experimental superan a las observadas en el grupo de control. Supongamos que en el grupo experimental las mejorías sean del 95 % (frecuencia relativa $= 0{,}95$), y del 5 % en el grupo de control (frecuencia relativa $= 0{,}05$); la diferencia en favor de la hipótesis da una frecuencia relativa de 0,90.

¿Puede el fisiólogo formular la ley: 'La droga X cura la artritis en el 90 % de los casos de su aplicación'? Antes de formularla deberá calcular la probabilidad del fenómeno, teniendo en cuenta la hipótesis de nulidad con respecto a la población total, puesto que puede suceder, efectivamente, que en otras latitudes y para enfermos de otras zonas distintas a las representadas en la muestra, las curaciones sean independientes de la aplicación de la droga y en el mismo porcentaje. Para precaverse de estas derivaciones, el fisiólogo toma los siguientes recaudos:

1º) Calcula la probabilidad de que la proporción '0,95' se dé, no sólo en la muestra, sino en la población total de artríticos; generalización estadística (que va de la muestra a la población). Para ello utiliza un teorema del cálculo de probabilidades. Supongamos que esta probabilidad sea de 0,9.

2º) Calcula la probabilidad de que la eficacia de su droga no dependa de otros factores que los considerados: o sea, atribuye probabilidad a la hipótesis de nulidad con respecto a la población. Supongámosla de 0,7.

3º) Multiplica $0{,}9 \times 0{,}7 = 0{,}63$ y obtiene, así, la probabilidad de que la hipótesis por él formulada sea verdadera en general, es decir, para toda la población de artríticos.

Si la droga X no trae otras complicaciones de importancia para los organismos que la reciben, y fundamentalmente para aquellos enfermos indiferentes a la eficacia de la droga, el porcentaje 0,63 (más de la mitad de esperanzas) permite aceptar la hipótesis como comprobada por el momento.

Sin embargo, ninguna verificación estadística es definitiva, porque nunca debe excluirse el caso de las acumulaciones accidentales o desviaciones respecto del azar; por este motivo las comprobaciones estadísticas se repiten de cuando en cuando. Todas las precauciones son pocas cuando, según la concepción de la estadística de Quételet [150]: "La urna que interrogamos es la naturaleza".

D. IMPORTANCIA SOCIAL DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

1. La ciencia y el científico.

"...la ciencia y el saber... todo aquel que despeje este camino o abra una nueva perspectiva deberá, por ello, ser considerado un benefactor de la humanidad."

D. Hume.

En los caminos de la investigación rigurosa cada punto de llegada es un nuevo punto de partida hacia la lejana meta de la verdad, porque la verdad científica no es definitiva, ni siempre se llega a ella por caminos trillados: cálculos, mediciones, observaciones persistentes, experimentos tras experimentos; contrariedades, ilusiones, rivalidades, alegrías, fracasos y esperanzas, son algunos de los muchos matices que no trascienden la intimidad de los cuartos de estudio o el predio muchas veces insalubre de los "laboratorios" científicos.

Plinio el Viejo [151] murió de asfixia por las emanaciones sulfurosas del Vesubio, cuando trataba de indagar la naturaleza de los volcanes, en el año 79 de nuestra era en que Pompeya fuera sepultada por la erupción de ese volcán. Un joven médico austríaco, Ignaz Semmelweiss [152], fue perseguido por sus propios colegas y removido de sus cargos por tratar de introducir la asepsia en las salas de parto. Parecida suerte corrió G. Cantor [86] por sus teorías sobre el infinito matemático. Los esposos Curie [153] tuvieron que elaborar con elementos rudimentarios toneladas de pechblenda para poder obtener unos gramos de sal de radio en estado puro. Más de treinta años llevó a Copérnico [154] completar el **De Revolutionibus Orbium Coelestium.**

Estos pocos ejemplos muestran que el camino de la ciencia no sólo es arduo por el hermetismo de los hechos, sino también por la poderosa resistencia que tenemos a desarraigar los esquemas conceptuales que nos gobiernan.

2. La ciencia y las naciones

"La ciencia debe ser la más alta personificación de la patria..."

L. Pasteur.

La ciencia no es oriunda de un único pueblo, ni de una única raza; no surgió en un único y determinado lugar; patrimonio de la humanidad toda, a toda la humanidad sirve a través de los lenguajes, la educación y las costumbres. Tal como lo sostenía Pasteur [155], "la ciencia no tiene patria". Pero el mismo sabio agregaba: "La ciencia debe ser la más alta personificación de la patria, puesto

que de todos los pueblos siempre será el primero aquel que primero avance por los trabajos del pensamiento y de la inteligencia." (156, p. 37.)

La investigación científica necesita tiempo, materiales costosos, lugares apropiados para su realización; necesita un cuerpo idóneo y vasto de investigadores: teóricos, técnicos, traductores, administradores, planificadores. Todo esto requiere un mecenazgo oficial y privado que sepa medir los alcances de sus inversiones; que sepa tener paciencia para esperar sus resultados. ¿Cuánto valen las cuentas del collar de una reina comparado con el descubrimiento de un nuevo mundo, pródigo hasta la saciedad?

El progreso de las naciones está estrechamente vinculado al número y calidad de sus sabios y de sus técnicos; éste es un hecho que no puede negarse. Sólo quien sienta singular desprecio por su país o por su pueblo, puede repetir con el juez que condenó a Lavoisier [157]: "la República no necesita sabios".

3. La ciencia y la naturaleza.

"El conocimiento humano y el humano poder vienen a ser una misma cosa..."

F. Bacon.

La naturaleza era, para el hombre primitivo, un amo poderoso que lo dominaba con la inescrutable taumaturgia de sus misterios, ora prodigándole sus abundancias, ora privándolo incomprensiblemente de la salud y de la vida. Pero a medida que el hombre fue conociendo más y mejor sus designios; a medida que fue investigando y aplicando sus leyes, el terror por lo desconocido fue trocándose sucesivamente en deslumbramiento, contemplación, indagatoria y diálogo sostenido con aquel amo siempre poderoso, pero no siempre tan hostil.

La ciencia teórica con sus descubrimientos, la técnica con sus invenciones, son las coordenadas sobre las cuales la historia del hombre ha marcado los puntos salientes de sus conquistas contra el dolor, el sometimiento, la ignorancia y el miedo. Con ellas ensanchó el mundo, escrutó los astros, acercó pueblos, conquistó el espacio, penetró en la intimidad de la materia, horadó el pasado, anticipó el futuro...

Sin embargo, no está dicha la última palabra. Sobre el hermetismo de los hechos, el pensamiento humano sigue indagando ávida y sutilmente, porque a pesar de la fatiga de siglos aún no ha llegado la hora del descanso para los buscadores de la verdad.

CAPÍTULO XIII

NOCIONES DE TEORÍA DEL CONOCIMIENTO

1. Importancia de la gnoseología.
2. El problema gnoseológico.
3. Descripción del conocimiento.
   - 3.1) Qué se entiende por 'conocimiento'.
   - 3.2) El sujeto de conocimiento.
   - 3.3) El objeto de conocimiento.
   - 3.4) Qué se entiende por 'datos'.
   - 3.5) Dónde ocurren los resultados de conocimiento.
   - 3.6) Los resultados de conocimiento en el nivel gnoseológico.
4. Diversos tipos de conocimiento.
   - 4.1) El conocimiento directo o inmediato.
   - 4.2) El conocimiento mediato o indirecto.
   - 4.3) Conocimiento a priori y conocimiento a posteriori.
5. Posibilidad —alcance y límites— del conocimiento.
   - 5.1) El totalismo gnoseológico.
   - 5.2) El nihilismo gnoseológico.
   - 5.3) El particularismo gnoseológico.